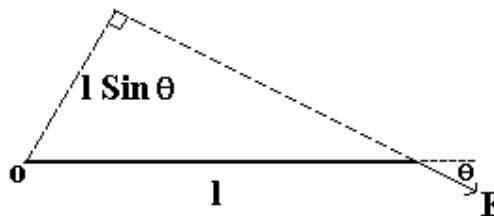


MOMEN GAYA DAN MOMEN INERSIA

Dalam gerak translasi gaya dikaitkan dengan percepatan linier benda, dalam gerak rotasi besaran yang dikaitkan dengan percepatan sudut ?

Besaran yang dikaitkan dengan percepatan sudut adalah **MOMEN GAYA**. Karena momen gaya menimbulkan gerak rotasi.

Kita tinjau sebuah batang yang ringan (massa diabaikan) ujung) ditekan sebagai pusat lingkaran dan diujung lain terdapat gaya F membentuk sudut θ .



Momen gaya (λ) didefinisikan :

Momen gaya = perkalian gaya dengan lengan momen.

LENGAN MOMEN adalah panjang garis yang ditarik dari pusat rotasi tegak lurus ke garis kerja gaya.

$$\lambda = F \cdot l \sin \theta$$

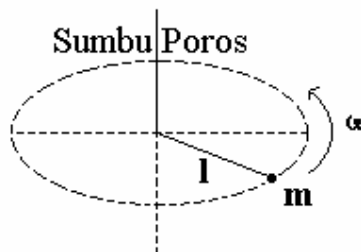
Karena momen gaya adalah besaran vektor maka mempunyai arah.

Arah putar searah dengan arah jarum jam diberi tanda *POSITIF*.

Arah putar berlawanan dengan arah jarum jam diberi tanda *NEGATIF*.

MOMEN INERSIA

Kita tinjau sebuah benda massa m diikat dengan seutas tali panjangnya l . Kemudian pada benda diberikan gaya F sehingga benda dapat berputar dengan sumbu putar O .



Percepatan tangensial yang di dapat oleh benda massa m menurut hukum II Newton :

$$F = m \cdot a_t$$

Ruas kiri dan kanan dikalikan dengan r , sehingga diperoleh :

$$F \cdot r = m \cdot a_t \cdot r$$

$$F \cdot r = m \cdot (\alpha \cdot r) \cdot r$$

$$F \cdot r = m \cdot r^2 \cdot \alpha$$

$m \cdot r^2$ disebut dengan *MOMEN INERSIA (I)*

Dengan demikian di dapat :

$$\lambda = I \cdot \alpha$$

Karena benda terdiri dari komponen-komponen massa kecil. Momen Inersia dari total komponen massa dapat ditulis :

$$I = \sum m \cdot r^2$$

ENERGI KINETIK ROTASI SEBUAH BENDA.

Sekarang bayangkanlah sebuah benda tegar yang berotasi dengan laju sudut ω yang mengelilingi suatu sumbu tetap. Masing-masing partikel yang massanya m

mempunyai energi kinetik : $E_k = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2$

dimana r adalah jarak masing-masing partikel terhadap sumbu rotasi, dengan demikian energi kinetik total (E_k total) dapat ditulis :

$$E_k = \frac{1}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots) \omega^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} (\sum m r^2) \omega^2$$

mr^2 adalah momen inersia (kelembaman) terhadap sumbu rotasi tertentu.

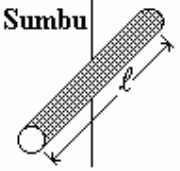
$$I = \sum m r^2$$

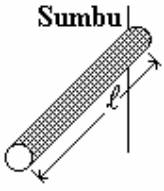
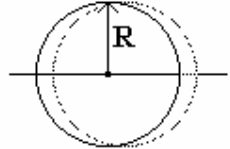
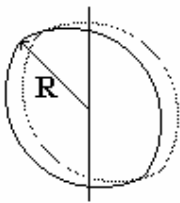
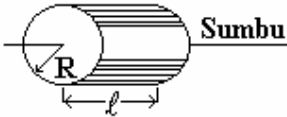
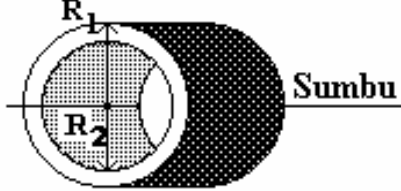
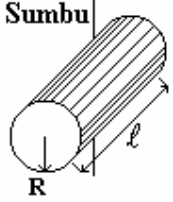
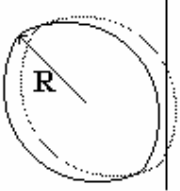
Jadi besarnya Energi kinetik rotasi total benda adalah :

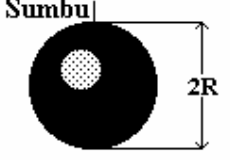
$$E_{k(total)} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Besarnya momen inersia sebuah benda tergantung dari bentuk benda dan sumbu putarnya.

MOMEN INERSIA BEBERAPA BENDA TERHADAP SUMBU PUTARNYA.

No.	Gambar	Nama	Momen Inersia
1		Batang Korus terhadap sumbu terhadap pusat dan tegak lurus pada panjangnya.	$I = \frac{M \ell^2}{12}$

2		Batang Kurus terhadap sumbu terhadap sumbu yang melalui salah satu ujungnya dan tegak lurus pada panjangnya.	$I = \frac{M \ell^2}{3}$
3		Cincin tipis terhadap sumbu silinder.	$I = M R^2$
4		Cincin tipis terhadap salah satu diameternya.	$I = \frac{M R^2}{2}$
5		Silinder pejal terhadap sumbu silinder.	$I = \frac{M R^2}{2}$
6		Silinder berongga (atau cincin) terhadap sumbu silinder.	$I = \frac{M}{2} (R_1^2 + R_2^2)$
7		Silinder pejal (atau cakram) terhadap diameter pusat.	$I = \frac{M R^2}{4} + \frac{M \ell^2}{12}$
8		Cincin tipis terhadap salah satu garis singgungnya.	$I = \frac{3M R^2}{2}$

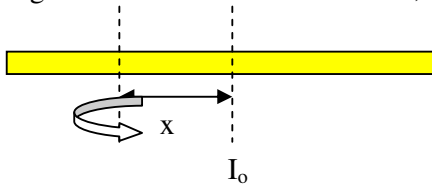
9		Bola pejal terhadap salah satu diameternya.	$I = \frac{2M R^2}{5}$
10		Kulit bola tipis terhadap salah satu diameternya.	$I = \frac{2M R^2}{3}$

TEOREMA SUMBU SEJAJAR.

Tabel momen inersia di atas adalah tabel momen inersia benda yang diputar tepat pada sumbu simetrinya (I_0), bagaimana jika sumbu putarnya digeser ?

Jika sumbu putar digeser maka momen inersia benda akan berubah, dan dapat digunakan teorema sumbu sejajar.

Misal : sebuah batang panjangnya L, sumbu putar ditengah batang (sumbu simetri) digeser ke kiri/ke kanan sebesar x, maka momen inersia benda sebagai berikut :



$$I = I_0 + m \cdot x^2$$

MOMENTUM SUDUT (ANGULER)

Kita tinjau benda yang massanya m yang berada pada posisi r relatif terhadap titik O dan mempunyai momentum linier p.

Momentum sudut L didefinisikan sebagai :

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Momentum sudut adalah besar vektor yang besarnya adalah :

$$|\vec{L}| = |\vec{r}| |\vec{p}| \sin \theta$$

adalah sudut yang dibentuk antara \vec{r} dan \vec{p}

Pada gerak melingkar karena \vec{v} selalu tegak lurus \vec{r} melalui O pusat lingkaran maka :

$$L = r \cdot p$$

dan $p = m \cdot v$ jadi : $L = m \cdot v \cdot r$

$$L = m (\omega \cdot r) r$$

$$L = m r^2 \omega$$

$$L = I \cdot \omega$$

Bila tidak ada gaya luar yang bekerja pada benda, maka momentum sudut sebuah benda atau suatu sistem adalah konstan (tetap) dan ini disebut **HUKUM KEKALKAN MOMENTUM ANGULER**.

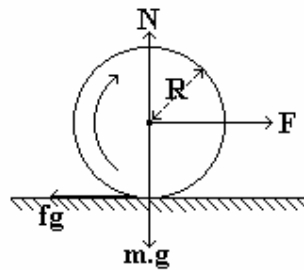
$$L_1 = L_2$$

$$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$

PERISTIWA MENGGELINDING.

* PADA BIDANG HORIZONTAL.

Sebuah silinder ditarik dengan gaya sebesar F.



R = jari-jari silinder.

Supaya silinder dapat menggelinding yaitu : melakukan dua macam gerakan **translasi dan rotasi** maka bidang alasnya haruslah kasar, artinya ada gaya gesekan antara silinder dengan alasnya.

Bila bidang alasnya licin, silinder akan tergelincir artinya hanya melakukan **gerak translasi** saja.

Pada peristiwa menggelinding ini akan berlaku persamaan-persamaan :

* **Gerak Translasi :**

$$F - fg = m \cdot a \quad \text{dan} \quad N - m \cdot g = 0$$

* **Gerak Rotasi.**

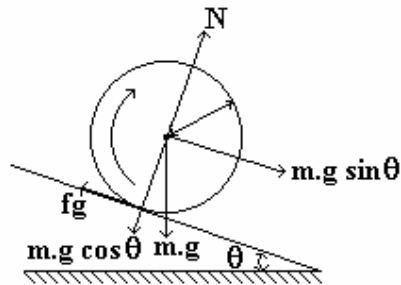
gaya gesek saja yang dapat menimbulkan momen gaya.

$$\lambda = I \cdot \alpha$$

$$\lambda = fg \cdot R$$

$$I \cdot \alpha = fg \cdot R$$

Dengan mensubstitusikan kedua persamaan dan harga momen inersia benda maka di dapat percepatan benda pada saat menggelinding.

* **PADA BIDANG MIRING :*** **Gerak Translasi.**

$$m \cdot g \sin \theta - f_g = m \cdot a \quad \text{dan} \quad N = m \cdot g \cos \theta$$

* **Gerak Rotasi.**

$$\lambda = I \cdot \alpha$$

$$\lambda = f_g \cdot R$$

$$I \cdot \alpha = f_g \cdot R$$

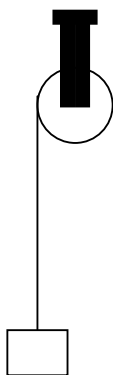
Dengan mensubstitusikan kedua persamaan di atas dan memasukkan nilai momen inersia di dapat percepatan benda saat menggelinding turun dari bidang miring.

Contoh 1.

Sebuah batang panjangnya 2 meter dengan poros diujung batang, batang dalam keadaan horizontal kemudian dilepaskan. Jika $g = 10 \text{ m/s}^2$


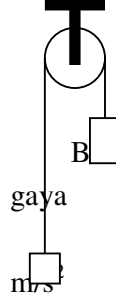
- hitunglah percepatan sudut pada saat dilepaskan.
- Hitunglah percepatan sudut pada saat batang berada 30° dari mula-mula.
- Hitunglah percepatan sudut batang pada saat keadaannya vertical.

Contoh 2.

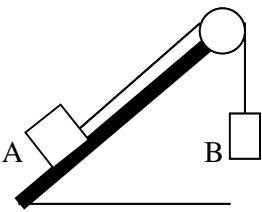
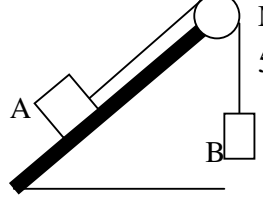


Sebuah benda massanya 2 kg dihubungkan dengan sebuah tali dan Dililitkan pada katrol yang massanya 2 kg, jika $g = 10 \text{ m/s}^2$.
Hitunglah percepatan benda dan gaya tegangan tali.

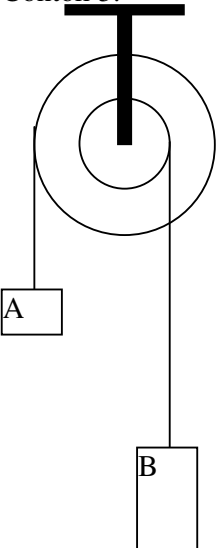
Contoh 3.

<p>Contoh 4a.</p>  <p> Massa A = 3 kg Massa B = 2 kg Massa katrol diabaikan. Hitunglah percepatan dan gaya Tegangan tali jika $g = 10 \text{ m/s}^2$ </p>	<p>Contoh 4b.</p>  <p> Massa A = 3 kg Massa B = 2 kg Massa katrol = 2 kg Hitunglah percepatan dan gaya Tegangan tali jika $g = 10$ </p>
--	---

Contoh 4.

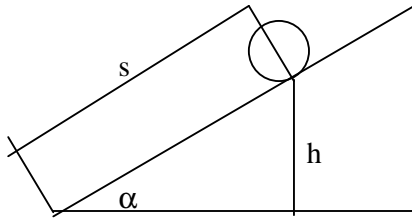
<p>Contoh 5a.</p>  <p> Massa A = massa B = 5 kg. $\text{tg } \alpha = 0,75$ $\mu_k = 0,2$ </p> <p>Massa katrol diabaikan. Hitung percepatan Dan gaya tegangan tali.</p>	<p>Contoh 5a.</p>  <p> Massa A = massa B = 5 kg. $\text{tg } \alpha = 0,75$ $\mu_k = 0,2$ </p> <p>Massa katrol = 2 kg. Hitung percepatan Dan gaya tegangan tali.</p>
---	---

Contoh 5.



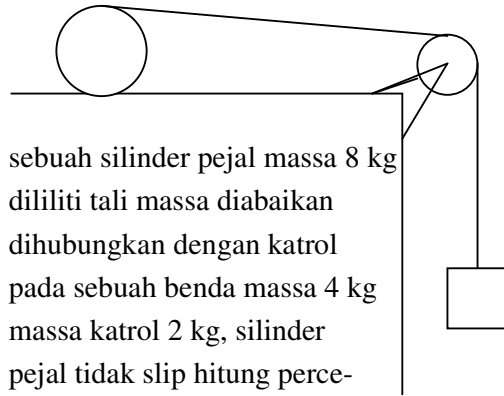
Dua buah katrol yang dilekatkan menjadi satu masing-masing
 Berjari-jari 10 cm dan 20 cm, benda A diikatkan dengan tali
 yang ujungnya dililitkan pada katrol besar dan benda B
 dihubungkan dengan katrol kecil, jika massa A = 2 kg dan
 massa B = 8 kg dan $g = 10 \text{ m/s}^2$. Hitunglah percepatan benda A
 dan B serta gaya tegangan talinya. Jika momen insersia kedua
 katrol = $1,84 \text{ kg m}^2$

Contoh 6.



Jika sebuah bola pejal, sebuah silinder dan sebuah cincin yang massanya sama, bergerak tanpa tergelincir dan mulai bergerak dari ketinggian h . manakah yang mempunyai kecepatan pada saat di dasar, buktikan !

contoh 7.

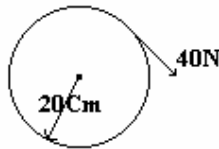


sebuah silinder pejal massa 8 kg dililiti tali massa diabaikan dihubungkan dengan katrol pada sebuah benda massa 4 kg massa katrol 2 kg, silinder pejal tidak slip hitung percepatan pada pusat silinder pejal dan hitung gaya-gaya tegangan tali.

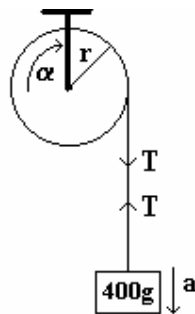
TUGAS

1. Sebuah roda bermassa 6 kg dengan radius girasi 40 cm, berputar dengan kecepatan 300 rpm, Tentukan energi kinetik rotasi benda itu. (jawab : $E_k = 48 \pi^2$ joule)
2. Sebuah bola beraturan 500 gram dengan jari-jari 7 cm berputar dengan 30 putaran/detik pada sebuah sumbu yang melalui titik pusatnya. Berapakah energi kinetik rotasi, momentum sudut dan jari-jari girasinya. (jawab : $E_k = 1,764 \pi^2$ joule
 $L = 0,0588$ joule.detik ; $k = 0,0443$ m)
3. Baling-baling suatu pesawat bermassa 70 kg dengan radius girasi 75 cm. Berapakah momen inersia baling-baling itu. Agar baling-baling dapat dipercepat dengan percepatan sudut 4 putaran/ s^2 . Berapakah torsi yang diperlukan. (jawab : $I = 39,375$ Kgm^2 ; $\tau = 315 \pi$ N.m)
4. Gambar dibawah ini menunjukkan gaya 40 N dikerjakan secara tangensial pada tepi roda berjari-jari 20 cm. dan bermomen inersia 30 $kg.m^2$. Tentukanlah :

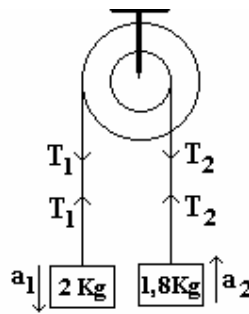
- a.. Percepatan sudut. (jawab : $\alpha = \frac{8}{30} \text{ rad/s}^2$)
- b. Kecepatan sudut roda 4 detik setelah roda mulai berputar dari keadaan diam. (jawab : $\omega = \frac{16}{15} \text{ rad/s}$)
- c. Energi kinetik rotasi setelah 4 detik. ($E_k = \frac{256}{15} \text{ joule}$)



5. Tentukan torsi tetap yang dalam waktu 10 detik dapat memberikan kecepatan sudut sebesar 300 rpm pada roda gila 50 kg dengan radius girasi 40 cm. (jawab : $8\pi \text{ N.m}$)
6. Gambar dibawah ini menunjukkan massa = 400 gram menggantung pada ujung tali yang dililitkan pada tepi roda dengan jari-jari $r = 15 \text{ cm}$. Setelah dilepas dari keadaan diam, diketahui bahwa massa dalam waktu 6,5 detik turun sebanyak 2 meter. Berapakah momen inersia roda. (jawab : $I = 0,94 \text{ Kg m}^2$)



Gambar No 6.

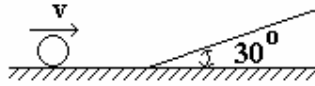


Gambar No 7.

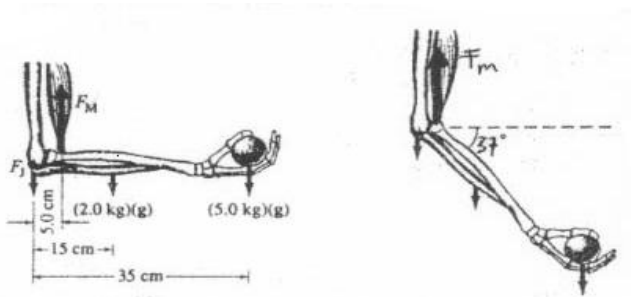
7. Perhatikan gambar di atas ini menunjukkan sistem katrol. Momen inersia sistem katrol itu adalah $I = 1,7 \text{ kg.m}^2$ dengan $r_1 = 50 \text{ cm}$ dan $r_2 = 20 \text{ cm}$. Berapakah percepatan sudut sistem katrol dan berapakah tegangan tali T_1 dan T_2 ?
(jawab : $T_1 = 17,1831 \text{ N}$, $T_2 = 19,0141 \text{ N}$, $\alpha = 2,8169 \text{ rad/s}^2$)
8. Suatu roda gila (flywhell) yang berjari-jari 20 cm, dan momen inersia $0,5 \text{ kg m}^2$ dililiti dengan seutas tali. Tali ini ditarik oleh gaya tegangan yang tetap sebesar 50 N sehingga roda berputar melalui sudut 4 radian. Jika kecepatan sudut awal 3 rad/s. carilah kecepatan sudut akhir roda. (jawab : $\omega = 13 \text{ rad/s}$)
9. Suatu cakram besar sedang berputar melalui poros vertikal yang melalui titik pusatnya, $I = 4000 \text{ kg m}^2$. Pada saat cakram berputar dengan kecepatan 0,150 putaran/detik. Seorang massanya 90 kg meloncat pada cakram hingga jatuh pada

jarak 3 m dari poros perputaran cakram. Berapakah kecepatan perputaran sesudah itu. (jawab : $\omega = 0,25\pi \text{ rad/s}$)

10. Pada gambar di bawah ini menunjukkan bola pejal beraturan menggelinding pada lantai datar dengan kecepatan 20 m/s. Tanpa menghiraukan gesekan, sampai seberapa tinggikah benda dapat naik ? (jawab : 28 m)

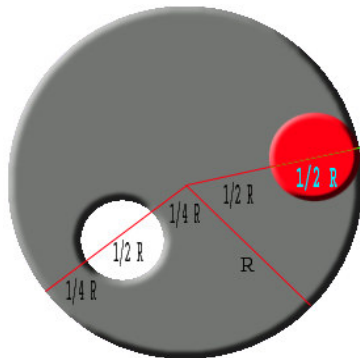


11.



Di atas adalah gambar otot bicep, Hitunglah besar gaya yang harus dilakukan otot bicep (F_m) bila massa 5,0 Kg di tahan di tangan bila lengan pada sudut 37° . Anggap massa lengan bawah dan tangan bersama-sama 2,0 Kg. (jawab : 328 N)

12.



Silinder pejal jari-jari R di atas sebelum dilubangi dan ditemplei silinder kecil massanya M , sedangkan silinder kecil yang ditempelkan mempunyai ketebalan yang sama dan massa jenis yang sama dengan diameter $0,5 R$, diameter lubang adalah $0,5 R$ juga, hitung momen inersia sistem ketika diputar pada pusat silinder berjari-jari R tersebut. (jawaban : $\frac{133}{256} MR^2$)

(jawab : $\frac{133}{256} MR^2$)

====oOo=====