



# KINEMATIKA GERAK

oleh : Ir. ARIANTO



# DEFINISI BENDA BERGERAK



**BENDA DIKATAKAN BERGERAK JIKA :  
BENDA BERPINDAH/BERGESER DARI POSISI/  
KEDUDUKANNYA SEMULA.**

**JADI HARUS DIKETAHUI :**

- **POSISI/KEDUDUKAN MULA-MULA**
- **POSISI/KEDUDUKAN AKHIR**



# **POSISI ATAU KEDUDUKAN SEBUAH BENDA**



*Notasi :  $\vec{r}$*

**DINYATAKAN SECARA TEPAT DENGAN :  
VEKTOR POSISI  
YANG DITULIS DALAM VEKTOR SATUAN**

- $\hat{i}$  adalah vektor satuan pada sumbu x.
- $\hat{j}$  adalah vektor satuan pada sumbu y.
- $\hat{k}$  adalah vektor satuan pada sumbu z.

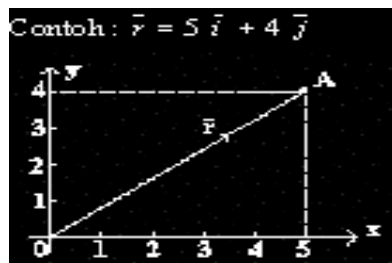




## CONTOH VEKTOR POSISI

- DUA DIMENSI
- TIGA DIMENSI

## VEKTOR POSISI DUA DIMENSI

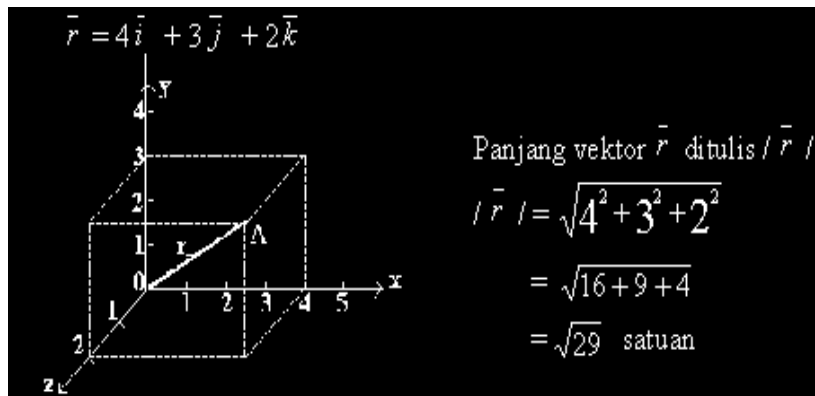


Panjang  $r$  ditulis  $|\vec{r}| = |OA|$

$$\begin{aligned} |\vec{r}| &= \sqrt{5^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{25 + 16} \\ &= \sqrt{41} \text{ satuan} \end{aligned}$$

LANJUT

# VEKTOR POSISI TIGA DIMENSI



LANJUT

# POSISI / KEDUDUKAN



Adalah :

**Sebuah besaran vektor yang menyatakan letak sebuah partikel, biasanya merupakan fungsi waktu.**

## CONTOH

Sebuah benda bergerak sepanjang sumbu x dengan posisi :

$$\vec{r} = (t^3 - 2t^2 - 4t - 16)\hat{i}$$

Carilah kedudukan benda pada saat  $t = 3$  detik.

# JAWABAN



Untuk mencari Kedudukan /posisi partikel tersebut di Sumbu x, masukkan nilai  $t = 3$  dt Pada persamaan posisi tersebut.

$$\begin{aligned}\bar{r} &= (3^3 - 2 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 - 16) \\ &= 27 - 18 - 12 - 16 \\ &= -19 \hat{i}\end{aligned}$$

Berarti posisi partikel pada  $t = 3$  detik adalah di  $x = -19$

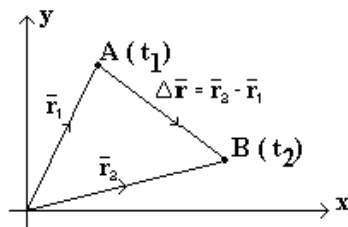
LANJUT

# PERPINDAHAN PERGESERAN



Notasi :  $\Delta \bar{r}$

**ADALAH :**  
**SEBUAH BESARAN VEKTOR :**  
**YANG MEMPUNYAI NILAI JARAK TERDEKAT DARI KEDUDUKAN AWAL DAN KEDUDUKAN AKHIR SEBUAH PARTIKEL**  
**MEMPUNYAI ARAH DARI KEDUDUKAN AWAL KE KEDUDUKAN AKHIR PARTIKEL.**



CONTOH

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

## CONTOH SOAL PERGESERAN



Sebuah benda bergerak sepanjang sumbu x dengan posisi :

$$\vec{r} = (t^3 - 2t^2 - 4t - 16)\hat{i}$$

Hitunglah perpindahan/pergeseran selama 3 detik pertama.

## JAWABAN



Untuk mencari perpindahan/pergeseran 3 detik pertama, maka dicari lebih dahulu Posisi partikel pada detik -3 dan posisi awal

Posisi pada detik ke-3 adalah :

$$\begin{aligned}\vec{r} &= (3^3 - 2 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 - 16)\hat{i} \\ &= 27 - 18 - 12 - 16 \\ &= -19\hat{i}\end{aligned}$$

Posisi awal adalah di x = -16, maka perpindahannya adalah :

$$\begin{aligned}\Delta \vec{r} &= -19\hat{i} - (-16\hat{i}) \\ &= -3\hat{i}\end{aligned}$$

a 3 ke-kiri LANJUT

# PANJANG LINTASAN atau JARAK TEMPUH



Notasi :  $s$

**ADALAH :  
SEBUAH BESARAN SKALAR YANG DIDEFINISIKAN  
SEBAGAI :  
PANJANG/JARAK YANG DILALUI OLEH PARTIKEL  
SELAMA GERAKANNYA.**

CONTOH

**SEBUAH PARTIKEL BERGERAK DARI A-B-A  
MAKA PANJANG LINTASANNYA ADALAH :  
2 KALI JARAK A-B**

LANJUT

# KECEPATAN RATA-RATA



Notasi :  $\bar{v}$

**ADALAH :  
SUATU BESARAN VEKTOR YANG DIDEFINISIKAN  
SEBAGAI :  
PERPINDAHAN PER WAKTU TEMPUHNYA.**

CONTOH

$$\bar{v} = \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} = \frac{\bar{r}_2 - \bar{r}_1}{t_2 - t_1}$$

Sebuah benda bergerak sepanjang sumbu x dengan posisi

$$\bar{r} = (t^3 - 2t^2 - 4t - 16)\hat{i}$$

Hitunglah kecepatan rata-rata selama 2 detik pertama.  
Hitunglah kecepatan rata-rata selama 2 detik kedua.

# JAWABAN



Untuk mencari kecepatan rata-rata 2 dt pertama dan 2 detik kedua, maka dicari terlebih dahulu posisi awal, posisi pada detik ke-2 dan ke-4 sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 t = 2 \text{ dt} \quad \bar{r} &= (2^3 - 2 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 16) \hat{i} \\
 &= (8 - 8 - 8 - 16) \hat{i} \\
 &= -24 \hat{i}
 \end{aligned}$$

$$t = 0 \quad \bar{r} = -16$$

$$\bar{v} = \frac{-24 - (-16)}{2} = -4 \hat{i}$$

i) LANJUT

$$\begin{aligned}
 t = 4 \text{ dt} \quad \bar{r} &= (4^3 - 2 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 - 16) \hat{i} \\
 &= (64 - 32 - 16 - 16) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t = 2 \text{ dt} \quad \bar{r} &= (2^3 - 2 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 16) \hat{i} \\
 &= (8 - 8 - 8 - 16) \hat{i} \\
 &= -24 \hat{i}
 \end{aligned}$$

$$\bar{v} = \frac{0 - (-24)}{2} = 12 \hat{i}$$

LANJUT



# KECEPATAN SESAAT

Notasi :  $\bar{v}$

ADALAH :

SEBUAH BESARAN VEKTOR YANG DIDEFINISIKAN  
SEBAGAI :

KECEPATAN PARTIKEL SETIAP WAKTU (DETIK)

$$\bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} \longrightarrow \bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt}$$

CONTOH

Sebuah benda bergerak sepanjang sumbu x dengan posisi :

$$\bar{x} = t^3 - 2t^2 - 4t - 16$$

KLIK DI SOAL  
KE  $\rightarrow$  JAWABAN

Hitunglah kecepatan pada saat  $t = 2$  detik.

# JAWABAN



Untuk mencari kecepatan sesaat maka terlebih dahulu harus dicari persamaan kecepatannya :

$$\bar{v} = 3t^2 - 4t - 4$$

$$\begin{aligned}\bar{v} &= 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 4 \\ &= 12 - 8 - 4 \\ &= 0\end{aligned}$$

LANJUT

## KELAJUAN RATA-RATA



Notasi :  $\bar{v}$

**ADALAH :**  
**MERUPAKAN BESARAN SKALAR YANG DIDEFINISIKAN**  
**SEBAGAI :**  
**JARAK YANG DITEMPUH (PANJANG LINTASAN) PER**  
**WAKTU TEMPUHNYA.**

CONTOH

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Sebuah benda bergerak sepanjang sumbu x dengan posisi :

$$\bar{r} = (t^3 - 2t^2 - 4t - 16)\hat{i}$$

Hitunglah kelajuan rata-rata yang ditempuh selama 3 detik pertama.

## JAWABAN



Untuk mencari kelajuan rata-rata 3 detik pertama, maka pertama-tama harus diperiksa apakah selama interval waktu tersebut partikel berbalik arah, yaitu dengan mencari waktu pada saat kecepatannya = 0 tentunya terlebih dahulu membuat persamaan kecepatan.

$$v = 3t^2 - 4t - 4$$

$$\begin{aligned} 3t^2 - 4t - 4 &= 0 \\ (3t + 2)(t - 2) &= 0 \\ t &= 2 \text{ detik} \end{aligned}$$

Maka diantara interval 0-3 detik benda berbalik arah oleh karena itu harus dicari besar perpindahan 0-2 detik dan 2-3 detik.

LANJUT

Perpindahan 0-2 detik adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} t = 2 \text{ dt} \quad \bar{r} &= (2^3 - 2 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 16) \hat{i} \\ &= (8 - 8 - 8 - 16) \hat{i} \\ &= -24 \hat{i} \\ t = 0 \quad \bar{r} &= -16 \\ \Delta \bar{r} &= -24 \hat{i} - (-16 \hat{i}) = -8 \hat{i} \end{aligned}$$



Perpindahan 2-3 detik adalah sebagai berikut :

Besarnya perpindahan 8 satuan

$$\begin{aligned} t = 3 \text{ dt} \quad \bar{r} &= (3^3 - 2 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 - 16) \\ &= 27 - 18 - 12 - 16 \\ &= -19 \hat{i} \\ t = 2 \text{ dt} \quad \bar{r} &= (2^3 - 2 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 16) \hat{i} \\ &= (8 - 8 - 8 - 16) \hat{i} \\ &= -24 \hat{i} \\ \Delta \bar{r} &= -19 \hat{i} - (-24 \hat{i}) = 5 \hat{i} \end{aligned}$$

Jadi besarnya kelajuan rata-rata adalah :

$$v = \frac{8+5}{3} = 4\frac{1}{3}$$

perpindahan = 5

LANJUT

# JAWABAN



Untuk mencari kecepatan sesaat maka terlebih dahulu harus dicari persamaan

$$v = 3t^2 - 4t - 4$$

$$\begin{aligned} v &= 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 4 \\ &= 12 - 8 - 4 \\ &= 0 \end{aligned}$$

LANJUT

## KELAJUAN SESAAT



Notasi :  $|\bar{v}|$  atau  $-\rightarrow v$

**ADALAH :  
SEBUAH BESARAN SKALAR YANG  
DIDEFINISIKAN SEBAGAI :  
NILAI / BESAR DARI KECEPATAN  
SESAAT**

LANJUT

## PERCEPATAN RATA-RATA



Notasi :  $\bar{a}$

**JIKA SEBUAH PARTIKEL DIKETAHUI KECEPATAN  
MULA-MULA DAN KECEPATAN AKHIR, MAKA DAPAT  
DIHITUNG PERCEPATAN RATA-RATANYA.  
MAKA DAPAT DIDEFINISIKAN SEBAGAI :  
SELISIH KECEPATAN AWAL DAN AKHIR TIAP SATUAN  
WAKTU.**

$$\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{t_2 - t_1}$$

CONTOH :

Sebuah benda bergerak sepanjang sumbu x dengan posisi :

$$\bar{x} = t^3 - 2t^2 - 4t - 16$$

Hitunglah percepatan rata-rata selama 2 detik ketiga.

# JAWABAN



Untuk mencari percepatan rata-rata 2 detik ketiga, haruslah dicari terlebih dahulu kecepatan pada detik ke-4 dan pada detik ke-6 kemudian dimasukkan dalam persamaan percepatan rata-rata.

$$\begin{aligned}
 t = 6 \text{ dt} \quad \bar{v} &= 3 \cdot 6^2 - 4 \cdot 6 - 4 \\
 &= 108 - 24 - 4 \\
 &= 80 \hat{i} \\
 \\ 
 t = 4 \text{ dt} \quad \bar{v} &= 3 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 - 4 \\
 &= 48 - 16 - 4 \\
 &= 28 \hat{i} \\
 \\ 
 \bar{a} &= \frac{80 \hat{i} - 28 \hat{i}}{2} = 26 \hat{i}
 \end{aligned}$$

ke kanan  
LANJUT

# PERCEPATAN SESAAT



Notasi :  $\bar{a}$

**ADALAH :**  
**SEBUAH BESARAN VEKTOR YANG DIDEFINISIKAN**  
**SEBAGAI :**  
**PERUBAHAN KECEPATAN SETIAP DETIK.**

CONTOH  $\bar{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{d\bar{v}}{dt} \rightarrow \bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d(d\bar{r})}{dt(t)} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}$

Sebuah benda bergerak sepanjang sumbu x dengan posisi :

$$\bar{x} = t^3 - 2t^2 - 4t - 16$$

Hitunglah percepatan pada saat  $t = 3$  detik.

# JAWABAN



Untuk mencari percepatan sesaat pada detik ke-3, maka haruslah dicari terlebih dahulu persamaan percepatannya, yaitu turunan pertama dari fungsi kecepatan atau turunan kedua dari fungsi Posisi.

$$\vec{v} = (3t^2 - 4t - 4)\hat{i}$$

$$\vec{a} = (6t - 4)\hat{i}$$

$$\vec{a} = 6.3 - 4 = 14\hat{i}(\text{kekanan})$$

LANJUT

# PERLAJUAN



Notasi :  $|\vec{a}|$

**ADALAH :  
SEBUAH BESARAN SKALAR YANG  
DIDEFINISIKAN SEBAGAI :  
NILAI / BESAR DARI  
PERCEPATAN SEBUAH PARTIKEL**

LANJUT

# INTEGRAL



**JIKA DIKETAHUI PERSAMAAN KECEPATANNYA, MAKA :  
AKAN DAPAT DICARI PERSAMAAN POSISI PARTIKEL TSB.  
DENGAN CARA MENGINTEGRALKAN PERSAMAAN  
KECEPATAN TERHADAP FUNGSI WAKTU.**

**DEMIKIAN PULA JIKA DIKETAHUI PERSAMAAN  
PERCEPATANNYA, AKAN DAPAT DICARI PERSAMAAN  
KECEPATANNYA, DENGAN CARA MENGINTEGRALKAN  
PERSAMAAN PERCEPATAN TERHADAP FUNGSI WAKTU.**

## CONTOH

# CONTOH



$$v(t) = 2t + 5 \text{ m/det}$$

maka persamaan posisi titik materi tersebut adalah .....

$$\bar{r} = \int v \, dt$$

$$\int 2t + 5 \, dt$$

$$\bar{r} = t^2 + 5t + C \text{ meter}$$

Dengan C adalah suatu konstanta.

Harga C dicari dengan suatu syarat batas tertentu, misalnya :

$t = 0 \quad \bar{r}(t) = 0$  maka harga C dapat dihitung  $C = 0$

LANJUT

## CONTOH SOAL 1



Sebuah benda bergerak sepanjang sumbu x dengan posisi :

$$\bar{x} = t^3 - 2t^2 - 4t - 16$$

- Hitunglah kecepatan dan percepatan pada saat benda di  $x = 0$
- Carilah kedudukan benda pada saat kecepatannya maksimum
- Hitunglah selang waktu benda bergerak ke kiri.
- Hitunglah waktu yang dibutuhkan benda untuk kembali ke tempat semula setelah bergerak.
- Carilah kedudukan benda saat benda tepat berbalik arah.
- Hitunglah panjang lintasan yang ditempuh selama 3 detik pertama.

## JAWAB CONTOH SOAL 1a



$$\bar{x} = 0$$

$$t^3 - 2t^2 - 4t - 16 = 0$$

Gunakan bantuan matematika metode Horner

1	-2	-4	-16	
4				
	4	8	16	
1	2	4	0	

$$(t^2 + 2t + 4)(t - 4) = 0 \quad t = 4$$

$$\bar{V} = 3t^2 - 4t - 4$$

$$= 3 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 - 4$$

$$= 48 - 20 = 28 \text{ m/s (arah kanan)}$$

$$\bar{a} = 6t - 4$$

$$= 6 \cdot 4 - 4$$

$$= 24 - 4$$

$$= 20 \text{ m/s}^2 \text{ (arah kanan)}$$



## JAWABAN CONTOH SOAL 1b

SA

Syarat  $V$  mencapai maksimum  $a = 0$

$$6t - 4 = 0 \quad t = 2/3 \text{ detik}$$

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2}{3} - 16 \\ &= \frac{8}{27} - 2 \cdot \frac{4}{9} - \frac{8}{3} - 16 = -19 \frac{7}{27} m \end{aligned}$$

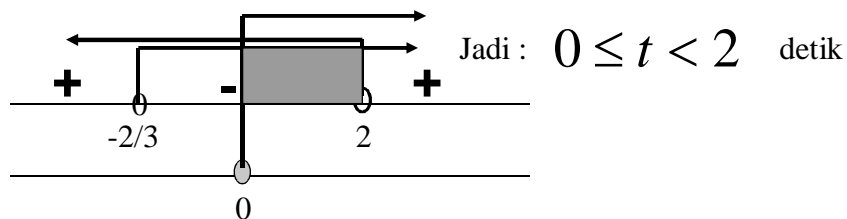
## JAWABAN CONTOH SOAL 1c

SA

Syarat :  $\bar{V} < 0$  dan  $t \geq 0$

$$3t^2 - 4t - 4 < 0$$

$$(3t + 2)(t - 2) < 0$$



## JAWABAN CONTOH SOAL 1d



Ketempat semula berarti :  $\bar{X} = -16$

$$t^3 - 2t^2 - 4t - 16 = -16$$

$$t^3 - 2t^2 - 4t = 0$$

$$t(t^2 - 2t - 4) = 0$$

$t = 0$  atau

$$t = \frac{2 + \sqrt{4 + 16}}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{5} \text{ det}$$



## JAWABAN CONTOH SOAL 1e



Syarat benda tepat berbalik arah :  $v = 0$  (kecepatan = nol)

$$3t^2 - 4t - 4 = 0$$

$$(3t + 2)(t - 2) = 0$$

$t = 2$  detik

$$\bar{X} = 2^3 - 2 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 - 16 = -24 \text{ meter}$$



## JAWABAN CONTOH SOAL 1f

SA

Panjang lintasan 0 – 3 detik, maka harus diteliti lebih dahulu apakah dalam interval tersebut benda berbalik arah ?

Syarat benda tepat berbalik arah :  $v = 0$  (kecepatan = nol)

$$3t^2 - 4t - 4 = 0 \quad S_1 = / (2^3 - 2.2^2 - 4.2 - 16) - (-16) / =$$

$$(3t + 2) (t - 2) = 0 \quad / -24 \text{meter} - (-16 \text{meter}) / = 8 \text{meter}$$

$t = 2$  detik

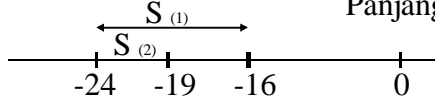
$$S_{(2)} = / \bar{X}_3 - \bar{X}_2 /$$

$$S_{(1)} \text{ lintasan } 0 - 2 \text{ detik} = / (3^3 - 2.3^2 - 4.3 - 16) - (2^3 - 2.2^2 - 4.2 - 16) /$$

$$S_{(1)} = / \bar{X}_2 - \bar{X}_0 / = -19 - (-24) = 5 \text{ meter}$$

$$\text{Panjang lintasan} = S_{(1)} + S_{(2)}$$

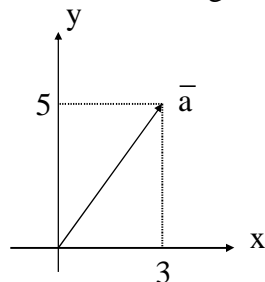
$$= 8 + 5 = 13 \text{ meter}$$



## CONTOH SOAL 2

SA

Suatu benda bergerak dengan vektor percepatan sebagai berikut :



Pada saat  $t = 0$ ,  
 $v_x = 2$  dan  $v_y = 0$   
 $r_x = 2$  dan  $r_y = 4$

- Hitunglah kelajuan rata-rata 2 detik pertama.
- Hitunglah kelajuan pada saat  $t = 2$  detik.
- Hitunglah perpindahan pada saat 2 detik pertama.
- Hitunglah kecepatan rata-rata 2 detik kedua.
- Hitunglah kecepatan pada saat  $t = 4$  detik.
- Carilah posisi titik pada detik kedua.

## JAWABAN CONTOH 2



$$\vec{a} = 3\hat{i} + 5\hat{j} \longrightarrow a_x = 3 \quad \text{dan} \quad a_y = 5$$

$$v_x = \int a_x dt \rightarrow v_x = \int 3 dt \rightarrow V_x = 3t + c \rightarrow t=0, v=2 \rightarrow V_x = 3t + 2$$

$$v_y = \int a_y dt \rightarrow v_y = \int 5 dt \rightarrow V_y = 5t + c \rightarrow t=0, v=0 \rightarrow V_y = 5t$$

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} \longrightarrow \vec{v} = (3t + 2)\hat{i} + 5t\hat{j}$$

$$r_x = \int v_x dt \rightarrow r_x = \int (3t + 2) dt = \frac{3}{2}t^2 + 2t + c \rightarrow t=0, r_x = 2 \rightarrow r_x = \frac{3}{2}t^2 + 2t + 2$$

$$r_y = \int v_y dt \rightarrow r_y = \int (5t) dt = \frac{5}{2}t^2 + c \rightarrow t=0, r_y = 4 \rightarrow r_y = \frac{5}{2}t^2 + 4$$

$$\vec{r} = r_x \hat{i} + r_y \hat{j} \longrightarrow \vec{r} = \left(\frac{3}{2}t^2 + 2t + 2\right)\hat{i} + \left(\frac{5}{2}t^2 + 4\right)\hat{j}$$



## JAWABAN CONTOH SOAL 2a



$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(3t+2)^2 + (5t)^2} = \sqrt{9t^2 + 12t + 4 + 25t^2} = \sqrt{34t^2 + 12t + 4}$$

$$\vec{r}_2 = \left(\frac{3}{2} \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 + 2\right)\hat{i} + \left(\frac{5}{2} \cdot 2^2 + 4\right)\hat{j} = 12\hat{i} + 14\hat{j}$$

$$\vec{r}_0 = \left(\frac{3}{2} \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + 2\right)\hat{i} + \left(\frac{5}{2} \cdot 0^2 + 4\right)\hat{j} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$\vec{v} = \frac{(12\hat{i} + 14\hat{j}) - (2\hat{i} + 4\hat{j})}{2 - 0} = \frac{10\hat{i} + 10\hat{j}}{2} = 5\hat{i} + 5\hat{j}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$



## JAWABAN CONTOH SOAL 2b



$$|\vec{v}| - - > t = 2 \text{ det } ik$$

$$\vec{v} = (3 \cdot 2 + 2) \hat{i} + (5 \cdot 2) \hat{j} = 8 \hat{i} + 10 \hat{j}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{8^2 + 10^2} = \sqrt{164} = 2\sqrt{41}$$



## JAWABAN CONTOH SOAL 2c



$$\Delta \vec{r} - - > 0 - 2 \text{ det } ik \rightarrow \Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_0$$

$$\vec{r}_2 = \left(\frac{3}{2} \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 + 2\right) \hat{i} + \left(\frac{5}{2} \cdot 2^2 + 4\right) \hat{j} = 12 \hat{i} + 14 \hat{j}$$

$$\vec{r}_0 = \left(\frac{3}{2} \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + 2\right) \hat{i} + \left(\frac{5}{2} \cdot 0^2 + 4\right) \hat{j} = 2 \hat{i} + 4 \hat{j}$$

$$\Delta \vec{r} = (12 \hat{i} + 14 \hat{j}) - (2 \hat{i} + 4 \hat{j}) = 10 \hat{i} + 10 \hat{j}$$



## JAWABAN CONTOH SOAL 2d

SA

$$\vec{v} \rightarrow 2 - 4 \det ik \rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{r}_4 - \vec{r}_2}{4 - 2}$$

$$\vec{r}_4 = \left(\frac{3}{2} \cdot 4^2 + 2\right) \hat{i} + \left(\frac{5}{2} \cdot 4^2 + 4\right) \hat{j} = 34\hat{i} + 44\hat{j}$$

$$\vec{r}_2 = \left(\frac{3}{2} \cdot 2^2 + 2\right) \hat{i} + \left(\frac{5}{2} \cdot 2^2 + 4\right) \hat{j} = 12\hat{i} + 14\hat{j}$$

$$\vec{v} = \frac{(34\hat{i} + 44\hat{j}) - (12\hat{i} + 14\hat{j})}{4 - 2} = \frac{22\hat{i} + 30\hat{j}}{2} = 11\hat{i} + 15\hat{j}$$



## JAWABAN CONTOH SOAL 2e

SA

$$\vec{v} \rightarrow t = 4 \det ik$$

$$\vec{v} = (3 \cdot 4 + 2) \hat{i} + (5 \cdot 4) \hat{j} = 14\hat{i} + 20\hat{j}$$



## JAWABAN CONTOH SOAL 2f



$$\vec{r} - \dots > t = 2 \text{ detik}$$

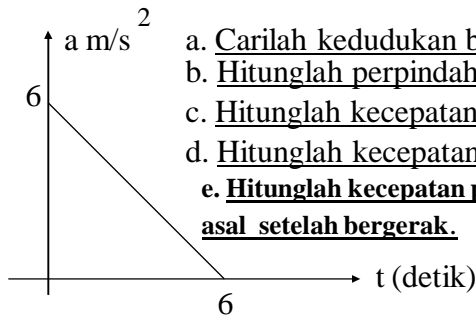
$$\vec{r} = \left(\frac{3}{2} \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 + 2\right) \hat{i} + \left(\frac{5}{2} \cdot 2^2 + 4\right) \hat{j} = 12 \hat{i} + 14 \hat{j}$$



## CONTOH SOAL 3



Suatu benda bergerak sepanjang sumbu-x dengan grafik fungsi percepatan terhadap waktu di bawah ini :



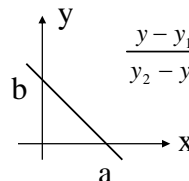
- Carilah kedudukan benda pada saat  $t = 3$  detik.
- Hitunglah perpindahan selama 3 detik pertama.
- Hitunglah kecepatan rata-rata selama 2 detik kedua.
- Hitunglah kecepatan pada saat  $t = 2$  detik.
- Hitunglah kecepatan pada saat benda kembali ke titik asal setelah bergerak.
- Carilah kedudukan benda pada saat kecepatannya maksimum.
- Hitunglah selang waktu benda bergerak ke kanan.
- Carilah kedudukan benda pada saat benda berbalik arah

Pada saat  $t = 0$ ,  $v = 0$  dan  $x = 0$

# JAWABAN CONTOH 3



Beberapa persamaan garis yang dibutuhkan :



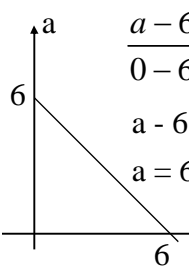
$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1} \rightarrow \frac{y-0}{b-0} = \frac{x-a}{0-a}$$

$$v = \int adt = \int (6-t)dt$$

$$v = 6t - \frac{1}{2}t^2 + c \quad t=0, v=0$$

$$\text{atau} \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$v = 6t - \frac{1}{2}t^2$$



$$\frac{a-6}{0-6} = \frac{t-0}{6-0} \quad \text{atau} \quad \frac{t}{6} + \frac{a}{6} = 1$$

$$x = \int vdt = \int (6t - \frac{1}{2}t^2)dt$$

$$a - 6 = -t$$

$$a = 6 - t$$

$$t + a = 6$$

$$a = 6 - t$$

$$x = 3t^2 - \frac{1}{6}t^3 + c \quad t=0, x=0$$

$$x = 3t^2 - \frac{1}{6}t^3$$

# JAWABAN CONTOH SOAL 3a



$$\bar{x} = 3t = 3 \text{ detik}$$

$$\bar{x} = 3 \cdot 3^2 - \frac{1}{6} \cdot 3^3 = 27 - 4 \frac{1}{2} = 22 \frac{1}{2} m$$



## JAWABAN CONTOH SOAL 3b



$$\Delta \bar{x} = \dots > 0 - 3 \text{ det } ik$$

$$\Delta \bar{x} = \left(3 \cdot 3^2 - \frac{1}{6} \cdot 3^3\right) - \left(3 \cdot 0^2 - \frac{1}{6} \cdot 0^3\right) = 27 - 4\frac{1}{2} - 0 = 22\frac{1}{2} m$$

## JAWABAN CONTOH SOAL 3c



$$v = \dots > 2 - 4 \text{ det } ik$$

$$v = \frac{x_4 - x_2}{4 - 2}$$

$$v = \frac{(3 \cdot 4^2 - 4^3) - (3 \cdot 2^2 - \frac{1}{6} \cdot 2^3)}{4 - 2}$$

$$v = \frac{(48 - 10\frac{2}{3}) - (12 - 1\frac{1}{3})}{2} = 13\frac{1}{3} m/s$$

## JAWABAN CONTOH SOAL 3d



$$\bar{v} - \dots > t = 2 \text{ det } ik$$

$$\bar{v} = 6.2 - \frac{1}{2}.2^2 = 10m/s$$



## JAWABAN CONTOH SOAL 3e

$$\bar{v} - \dots > \bar{x} = 0$$

$$3t^2 - \frac{1}{6}t^3 = 0$$

$$\frac{1}{6}t^2 (18 - t) = 0$$

$$t = 18 \text{ det } ik$$

$$\bar{v} = 6.18 - \frac{1}{2}.18^2 = 18(6 - 9) = -54m/s$$





## JAWABAN CONTOH SOAL 3f

$$\bar{x} \rightarrow \bar{v} \text{ maksimum} \rightarrow \text{syarat} \Rightarrow \bar{a} = 0$$

$$\bar{a} = 6 - t$$

$$6 - t = 0$$

$$t = 6 \text{ detik}$$

$$\bar{x} = 3 \cdot 6^2 - \frac{1}{6} \cdot 6^3 = 36(3 - 1) = 72 \text{ meter}$$



## JAWABAN CONTOH SOAL 3g



$t \rightarrow$  bergerak ke kanan

$$\text{syarat} \Rightarrow v > 0$$

$$6t - \frac{1}{2}t^2 > 0$$

$$\frac{1}{2}t(12 - t) > 0$$

$$0 < t < 12 \text{ detik}$$



## JAWABAN CONTOH SOAL 3h



$x \rightarrow$  benda tepat berbalik arah

$$\text{syarat} \implies \bar{v} = 0$$

$$6t - \frac{1}{2}t^2 = 0$$

$$\frac{1}{2}t(12 - t) = 0$$

$$t = 12 \text{ det } ik$$

$$\bar{x} = 3 \cdot 12^2 - \frac{1}{6} \cdot 12^3 = 144(3 - 2) = 144 \text{ meter}$$



## CONTOH SOAL 4



Suatu benda bergerak sepanjang sumbu x dengan percepatan sebesar :

$$a = 2x + 4 \text{ pada saat } x = 0 ; v = 4 \text{ m/s.}$$

Hitunglah kecepatannya pada  $x = 4$  meter.

$$a = \frac{dV}{dt} \cdot \frac{dX}{dX} \quad x^2 + 4x + C_1 = \frac{1}{2}v^2 + C_2 \rightarrow \frac{1}{2}v^2 = x^2 + 4x + C$$

$$\boxed{a \cdot dX = V \cdot dV} \quad x = 0 \rightarrow v = 4 \text{ m/s} \rightarrow \frac{1}{2}4^2 = 0^2 + 4 \cdot 0 + C$$

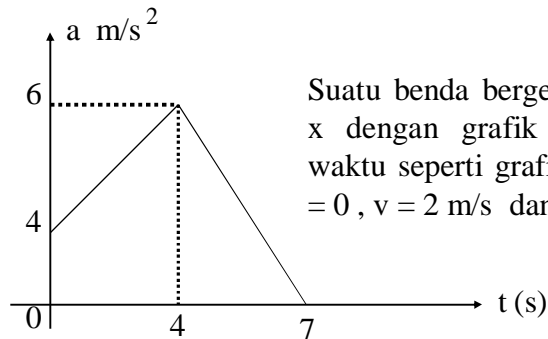
$$\boxed{\int a \cdot dX = \int V dV} \quad \frac{1}{2}v^2 = x^2 + 4x + 8 \quad C = 8$$

$$\boxed{\int (2x + 4) dx = \int V dV} \quad x = 4 \text{ m} \rightarrow v? \rightarrow \frac{1}{2}v^2 = 4^2 + 4 \cdot 4 + 8$$

$$\frac{1}{2}v^2 = 40 \rightarrow v = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$



## CONTOH SOAL 5



Suatu benda bergerak sepanjang sumbu  $x$  dengan grafik percepatan terhadap waktu seperti grafik di atas. Pada saat  $t = 0$ ,  $v = 2 \text{ m/s}$  dan  $x = 10 \text{ m}$ .

- Hitunglah kecepatan rata-rata pada selang waktu  $t = 3$  detik dan  $t = 6$  detik.
- Hitunglah jarak yang ditempuh  $t = 0$  hingga detik ke lima.

## JAWABAN CONTOH SOAL 5



Grafik 1 :

$$\frac{a-4}{6-4} = \frac{t-0}{4-0}$$

$$a-4 = \frac{1}{2}t$$

$$\bar{a} = \frac{1}{2}t + 4$$

$$\bar{x} = \int v dt = \int \left( \frac{1}{4}t^2 + 4t + 2 \right) dt$$

$$\bar{x} = \frac{1}{12}t^3 + 2t^2 + 2t + c$$

$$\bar{v} = \int a dt = \int \left( \frac{1}{2}t + 4 \right) dt$$

$$\bar{v} = \frac{1}{4}t^2 + 4t + c$$

$$t = 0 \rightarrow v = 2 \text{ m/s} \rightarrow c = 2$$

$$\bar{v} = \frac{1}{4}t^2 + 4t + 2$$

$$t = 0 \rightarrow x = 10 \rightarrow c = 10$$

$$\bar{x} = \frac{1}{12}t^3 + 2t^2 + 2t + 10$$

## LANJUTAN contoh soal 5



Grafik 2 :

$$22 = -4^2 + 14 \cdot 4 + c \rightarrow c = -18$$

$$\frac{a-6}{0-6} = \frac{t-4}{7-4}$$

$$a-6 = -2t+8$$

$$\bar{a} = -2t+14$$

$$\bar{v} = -t^2 + 14t - 18$$

$$\bar{x} = \int v \cdot dt = \int (-t^2 + 14t - 18) dt$$

$$\bar{x} = -\frac{1}{3}t^3 + 7t^2 - 18t + c$$

$$t = 4 \text{ det } \rightarrow \bar{x} = \frac{1}{12} \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 + 10 \rightarrow \bar{x} = 55 \frac{1}{3}$$

$$\bar{v} = \int a \cdot dt = \int (-2t+14) dt$$

$$\bar{v} = -t^2 + 14t + c$$

$$t=4 \rightarrow v = \frac{1}{4} \cdot 4^2 + 4 \cdot 4 + 2 = 22$$

$$55 \frac{1}{3} = -\frac{1}{3} \cdot 4^3 + 7 \cdot 4^2 - 18 \cdot 4 + c \rightarrow c = 36 \frac{2}{3}$$

$$\bar{x} = -\frac{1}{3}t^3 + 7t^2 - 18t + 36 \frac{2}{3}$$

## JAWABAN CONTOH SOAL 5a



$$\bar{v} \rightarrow 3 - 6 \text{ det } ik \rightarrow \bar{v} = \frac{x_6 - x_3}{6 - 3}$$

$$\bar{x}_6 = -\frac{1}{3} \cdot 6^3 + 7 \cdot 6^2 - 18 \cdot 6 + 36 \frac{2}{3} = 108 \frac{2}{3}$$

$$\bar{x}_3 = \frac{1}{12} \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3 + 10 = 36 \frac{1}{4}$$

$$\bar{v} = \frac{108 \frac{2}{3} - 36 \frac{1}{4}}{3} = 24 \frac{5}{36} \text{ m / s}$$

# JAWABAN CONTOH SOAL 5b



$$/ \Delta x / \text{---} > 0 - 5 \text{ detik}$$

$$\overline{x_5} = -\frac{1}{3} \cdot 5^3 + 7.5^2 - 18.5 + 36 \frac{2}{3} = 80$$

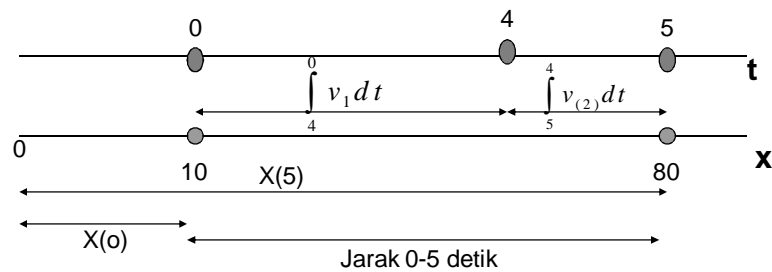
$$\overline{x_0} = 10$$

$$\Delta \overline{x} = \overline{x_5} - \overline{x_0} = 80 - 10 = 70$$

$$/ \Delta \overline{x} / = 70 \text{ meter}$$



# GAMBAR JAWABAN CONTOH SOAL NO 5b.



$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

$$\text{Jarak 0-5 detik} = \int_4^0 v_1 dt + \int_5^4 v_2 dt$$



# MEMADU GERAK



## MEMADU GERAK GLB DENGAN GLBB, YANG SALING TEGAK LURUS.

Misalkan arah kecepatan  $v$  kita sebut sumbu  $x$  dan arah percepatan  $a$  kita sebut sumbu  $y$ , maka persamaan-persamaan lintasannya

Pada sumbu  $x$

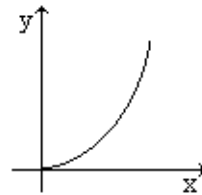
$$x = v \cdot t \rightarrow t = \frac{x}{v}$$

$$y = \frac{1}{2} a \left( \frac{x}{v} \right)^2 \rightarrow y = \frac{1}{2} \frac{ax^2}{v^2}$$

Grafiknya berupa grafik parabola :

Pada sumbu  $y$

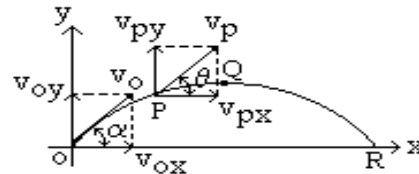
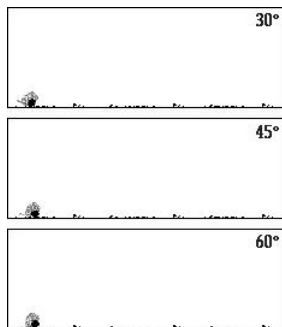
$$y = \frac{1}{2} a t^2$$



# GERAK PELURU



Gerak ini adalah gerak dalam dua dimensi dari peluru/bola yang ditembakkan miring ke atas. Hal-hal yang perlu diingat : 1. Gesekan dengan udara diabaikan ; 2. Pada sumbu  $y$  dipengaruhi gravitasi ; 3. Pada sumbu  $x$  gravitasi nol, gerak GLB.



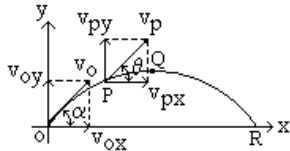
Pada Sumbu  $x$  :  $v_x = v_o \cos \alpha$   
 $x = v_o \cos \alpha \cdot t$

Pada Sumbu  $y$  :  $v_y = v_o \sin \alpha - g \cdot t$   
 $y = v_o \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$

Setiap saatnya berlaku :  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \rightarrow \text{tg} \theta = \frac{v_y}{v_x}$



# KOORDINAT TITIK TERTINGGI



Titik tertinggi ( titik Q ) yang dapat ditempuh oleh peluru adalah :

Syarat benda mencapai titik tertinggi adalah  $v_y = 0$

$$v_y = v_o \sin \alpha - g.t \rightarrow 0 = v_o \sin \alpha - g.t \rightarrow t = \frac{v_o \sin \alpha}{g}$$

t disubstitusikan ke :  $y = v_o \sin \alpha.t - \frac{1}{2} g.t^2$  Maka :

$$h_{\max} = y = \frac{v_o^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

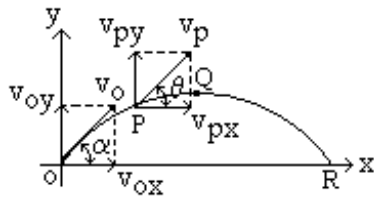
$$x = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{2g}$$

Dengan x :  $x = v_o \cos \alpha \cdot \frac{v_o \sin \alpha}{g} = \frac{v_o^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g}$  atau

# TITIK TERJAUH



Jarak terjauh ( titik R ) yang dapat ditempuh oleh peluru adalah :



Syarat mencapai titik adalah :  $y = 0$

waktu yang di tempuh benda adalah :

$$t = 2 \cdot \frac{v_o \sin \alpha}{g}$$

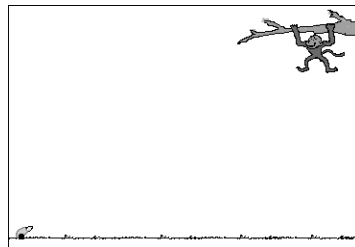
t disubstitusikan ke :  $x = v_o \cos \alpha.t$  Maka :

$$x = v_o \cos \alpha \cdot \frac{2v_o \sin \alpha}{g} \rightarrow x = \frac{2v_o^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g}$$

$$x = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g}$$

## MACAM GERAK PARABOLA SA

Diselesaikan sesuai persamaan  
Persamaan gerak parabola.



Waktu ketika di tanah :

$$v_{oy} = 0 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

t = -- s  
 $v_x = -- \text{ m/s}$   $v_y = -- \text{ m/s}$

Waktu ketika di tanah :

$$y = -h \rightarrow -h = v_o \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2$$

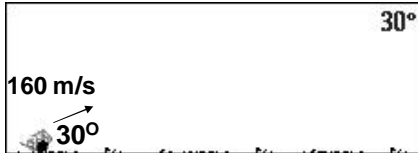
t = -- s  
 $v_x = -- \text{ m/s}$   $v_y = -- \text{ m/s}$

## CONTOH SOAL 1 SA

Sebuah peluru ditembakkan dengan kecepatan awal 160 m/s dan dengan sudut elevasi  $30^\circ$  dengan mendatar ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

- Bilamana, di mana dan dengan kecepatan berapa peluru sampai di tanah ?
- Bilamana, di mana dan dengan kecepatan berapa peluru mencapai ketinggian maksimum ?
- Bilamana, pada ketinggian berapa dan dengan kecepatan berapa peluru mengenai sasaran titik B, yang jarak horisontalnya 120 meter.

# JAWAB CONTOH SOAL 1a



$$x = v_o \cos \alpha \cdot t$$

$$x = 160 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot 16 = 1280\sqrt{3} \text{ m}$$

Syarat sampai di tanah :  $y = 0$

$$v_o \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 0$$

$$160 \cdot \frac{1}{2} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 = 0$$

$$80t - 5t^2 = 0$$

$$5t(16 - t) = 0$$

$$t = 16 \text{ detik} \quad \text{atau} \quad t = 2 \frac{v_o \sin \alpha}{g} = 2 \frac{160 \cdot 0,5}{10} = 16 \text{ dt}$$

$$v_x = v_o \cos \alpha$$

$$v_x = 160 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} = 80\sqrt{3} \text{ m/s}$$

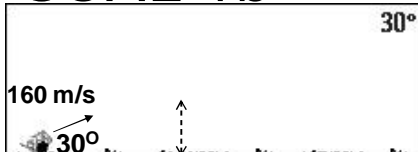
$$v_y = v_o \sin \alpha - g \cdot t$$

$$v_y = 160 \cdot \frac{1}{2} - 10 \cdot 16 = -80 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$v = \sqrt{(80\sqrt{3})^2 + (80)^2} = 160 \text{ m/s}$$

# JAWAB CONTOH SOAL 1b



$$x = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{2g} \rightarrow x = \frac{160^2 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3}}{20} = 640\sqrt{3} \text{ m}$$

Syarat sampai di tanah :  $v_y = 0$

$$y = v_o \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_o \sin \alpha - g t = 0$$

$$y = 160 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8^2 = 320 \text{ m} \quad \text{atau}$$

$$160 \cdot \frac{1}{2} - 10 \cdot t = 0$$

$$v_x = v_o \cos \alpha$$

$$y = \frac{v_o^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{160^2 \cdot \frac{1}{4}}{20} = 320 \text{ m}$$

$$t = 8 \text{ dt}$$

$$v_x = 160 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} = 80\sqrt{3} \text{ m/s} \quad v_y = 0$$

$$x = v_o \cos \alpha \cdot t \quad \text{atau}$$

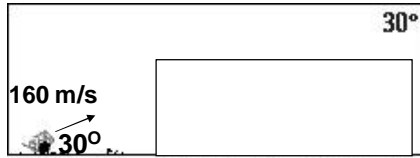
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$x = 160 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot 8 = 640\sqrt{3} \text{ m}$$

$$v = \sqrt{(80\sqrt{3})^2 + (80)^2} = 160 \text{ m/s}$$

## JAWAB CONTOH SOAL 1c

SA



$$v_x = v_o \cos \alpha$$

$$v_x = 160 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} = 80\sqrt{3} \text{ m/s}$$

Syarat sampai di tanah :  $y = 0$

$$x = v_o \cos \alpha \cdot t$$

$$120 = 160 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot t \rightarrow t = \frac{1}{2} \sqrt{3} \text{ dt}$$

$$y = v_o \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 160 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} - \frac{1}{2} \cdot 10 \left( \frac{1}{2} \sqrt{3} \right)^2$$

$$y = 40\sqrt{3} - 3,75 = 65,532 \text{ m}$$

$$v_y = v_o \sin \alpha - g \cdot t$$

$$v_y = 160 \cdot \frac{1}{2} - 10 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$v_y = 80 - 5\sqrt{3} = 71,34 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$v = \sqrt{138,564^2 + 71,34^2} = 155,85 \text{ m/s}$$

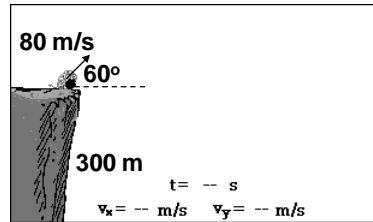
## CONTOH SOAL 2

SA

Dari ketinggian 300 meter di atas tanah ditembakkan sebuah peluru dengan kecepatan awal 80 m/s dan dengan sudut elevasi 60°.

- Bilamana dan dimana peluru sampai di tanah ?
- Berapa ketinggian maksimum yang dicapai peluru sampai di tanah ?
- Bilamana dan dimana kecepatan peluru bersudut 30° pada arah positif dengan bidang mendatar ?

## JAWABAN SOAL 2

$$\begin{aligned} \text{a. } y &= v_o \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ -300 &= 80 \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \\ 5t^2 - 40t\sqrt{3} - 300 &= 0 \\ t^2 - 8t\sqrt{3} - 60 &= 0 \\ t &= \frac{8\sqrt{3} \pm \sqrt{192 + 240}}{2 \cdot 1} \\ t &= \frac{8\sqrt{3} + 12\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \text{ dt} \end{aligned}$$

$$\text{b. } h = 300 + \frac{v_o^2}{2g} = 300 + \frac{80^2}{2 \cdot 10} = 620 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \operatorname{tg} \theta &= \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_o \sin \alpha - gt}{v_o \cos \alpha} \\ \operatorname{tg} 30^\circ &= \frac{80 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} - 10t}{80 \cdot \frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\frac{40}{3} \sqrt{3} = 40\sqrt{3} - 10t \rightarrow t = 2 \frac{2}{3} \sqrt{3} \text{ dt}$$

$$x = 80 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{2}{3} \sqrt{3} = 106 \frac{2}{3} \sqrt{3} \text{ meter}$$

$$y = 80 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot 2 \frac{2}{3} \sqrt{3} - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \frac{64}{9} \cdot 3 = 213 \frac{1}{3} \text{ meter}$$

## CONTOH SOAL 3



**Peluru ditembakkan dengan kecepatan awal 100 m/s. Benda pada posisi dari titik acuan (200 m, 100 m) terkena sasaran peluru. Berapa besar sudut elevasinya ?**

## JAWABAN CONTOH SOAL 3

SA

$$x = v_o \cos \alpha \cdot t \rightarrow 200 = 100 \cos \alpha \cdot t \rightarrow t = \frac{2}{\cos \alpha}$$

$$y = v_o \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \rightarrow 100 = 100 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2$$

$$100 = 100 \sin \alpha \frac{2}{\cos \alpha} - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2$$

$$100 = 100 \sin \alpha \frac{2}{\cos \alpha} - 5 \cdot \frac{4}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 100 = 200 \operatorname{tg} \alpha - 20 \sec^2 \alpha$$

$$100 = 200 \operatorname{tg} \alpha - 20(\operatorname{tg}^2 \alpha + 1)$$

$$100 = 200 \operatorname{tg} \alpha - 20 \operatorname{tg}^2 \alpha - 20 \rightarrow 20 \operatorname{tg}^2 \alpha - 200 \operatorname{tg} \alpha + 120 = 0$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha - 10 \operatorname{tg} \alpha + 6 = 0 \rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 24}}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 18,72 \rightarrow \alpha = 86,94^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 1,28 \rightarrow \alpha = 52^\circ$$

## DEFINISI GERAK MELINGKAR

SA

Benda yang berpindah dari posisi / kedudukan awalnya dalam lintasan melingkar.

Kedudukan / posisi dinyatakan dalam  
***Koordinat Polar.***

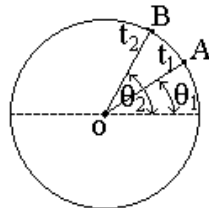
Sebagai :  $\theta = \theta(t)$  untuk r yang tetap  
Satuan  $\theta$  dalam rad, r dalam meter dan t dalam detik

## POSISI BENDA



Notasi :  $\bar{\theta}$

Suatu titik materi yang bergerak dari A yang posisinya  $\theta_1$  pada saat  $t_1$ , ke titik B yang posisinya  $\theta_2$  pada saat  $t_2$

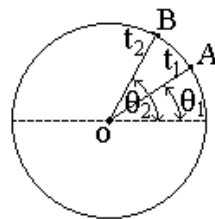


Vektor perpindahannya  $\Delta \bar{\theta} = \bar{\theta}_2 - \bar{\theta}_1$  dan selang waktu yang dipergunakan titik materi untuk bergerak dari A ke B adalah  $\Delta t = t_2 - t_1$

## KECEPATAN SUDUT RATA-RATA



Notasi :  $\bar{\omega}$



Vektor perpindahannya  $\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1$  dan selang waktu yang dipergunakan titik materi untuk bergerak dari A ke B adalah  $\Delta t = t_2 - t_1$

Kecepatan sudut rata-rata didefinisikan :  $\bar{\omega} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$

## KECEPATAN SUDUT SESAAT



Notasi :  $\bar{\omega}$

Kecepatan sudut sesaat didefinisikan :

$$\bar{\omega} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \longrightarrow \bar{\omega} = \frac{d\theta}{dt}$$

Sebaliknya untuk menentukan posisi titik materi jika diketahui fungsi kecepatan sudut diselesaikan dengan *INTEGRAL*.

$$\theta(t) = \int \bar{\omega}(t) dt$$

## PERCEPATAN SUDUT RATA-RATA



Notasi :  $\bar{\alpha}$

Jika pada saat  $t_1$  kecepatan sudutnya  $\omega_1$  dan pada saat  $t_2$  kecepatan sudutnya  $\omega_2$  percepatan sudut rata-ratanya dalam selang waktu  $t = t_2 - t_1$  didefinisikan sebagai

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1}$$



## PERCEPATAN SUDUT SESAAT



Notasi :  $\bar{\alpha}$

percepatan sudut sesaatnya didefinisikan :

$$\bar{\alpha} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \rightarrow \bar{\alpha} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \frac{d(d\theta)}{dt(t)} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Sebaliknya untuk menentukan kecepatan sudut titik materi jika diketahui fungsi percepatan sudut diselesaikan dengan *INTEGRAL*.

$$\bar{\omega}(t) = \int \bar{\alpha}(t) dt$$

CONTOH SOAL

## CONTOH SOAL



Sebuah partikel melakukan gerak melingkar pada diameter 20 meter dengan kecepatan anguler mula-mula 10 rad/s dan percepatan anguler  $\alpha = 2t - 4$ , searah jarum jam. hitunglah jarak (lintasan) yang ditempuh oleh partikel tersebut setelah bergerak 6 detik pertama.

JAWAB.



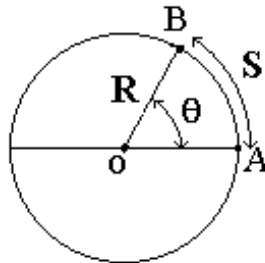
## JAWAB CONTOH SOAL

$$\begin{aligned} \omega &= \int \alpha . dt = \int (2t - 4) dt & \theta &= \int \omega . dt = \int (t^2 - 4t + 10) dt \\ \omega &= t^2 - 4t + c & \theta &= \frac{1}{3} t^3 - 2t^2 + 10t + c \\ t = 0 \rightarrow \omega = 10 \rightarrow c = 10 & & t = 0 \rightarrow \theta = 0 \rightarrow c = 0 & \\ \omega_t &= t^2 - 4t + 10 & \theta &= \frac{1}{3} t^3 - 2t^2 + 10t + 10 \\ \theta &= \frac{s}{R} \quad S = 60 \cdot 10 & \theta &= \frac{1}{6} \cdot 6^3 - 2 \cdot 6^2 + 10 \cdot 6 = 60 \text{ rad} \\ &= 600 \text{ METER} & & \end{aligned}$$



## PENGERTIAN 1 RADIAN

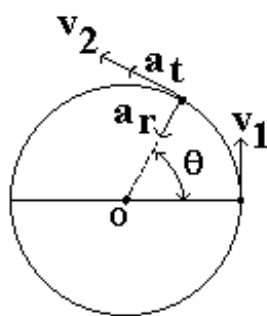
**1 RADIAN ADALAH :  
BESAR SUDUT YANG DI BENTUK OLEH BUSUR (S)  
SEBESAR JARI-JARI (R) SEBUAH LINGKARAN.**



# PERCEPATAN



**DALAM GERAK MELINGKAR TERDAPAT PERCEPATAN TANGENSIAL DAN PERCEPATAN CENTRIPETAL.**



$$\Delta v = \Delta \omega R \rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} R$$

$$a_t = \alpha \cdot R$$

$$a_r = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R$$

## CONTOH SOAL 1



Sebuah benda bergerak melingkar dengan diameter 4 meter, Laju sudutnya berubah beraturan dari 20 rad/s menjadi 30 rad/s dalam waktu 5 detik, hitunglah jarak yang ditempuh benda selama itu.

## JAWABAN CONTOH SOAL 1



$$\omega_t = \omega_o + \alpha.t$$

$$30 = 20 + 5.\alpha$$

$$5.\alpha = 10 \rightarrow \alpha = 2 \text{ rad} / s^2$$

$$\theta = \omega_o.t + \frac{1}{2}.\alpha.t^2 \rightarrow \theta = 20.5 + \frac{1}{2}.2.5^2 = 125 \text{ rad}$$

$$s = \theta.R \rightarrow s = 125.2 = 250 \text{ meter}$$

## CONTOH SOAL 2



Sebuah partikel melakukan gerak melingkar pada diameter 20 meter dengan kecepatan anguler mula-mula 10 rad/s dan percepatan anguler  $\alpha=2t - 4$ , searah jarum jam. hitunglah jarak (lintasan) yang ditempuh oleh partikel tersebut setelah bergerak 6 detik pertama.



## JAWAB CONTOH SOAL 2

$$\begin{aligned} \omega &= \int \alpha . dt = \int (2t - 4) dt & \theta &= \int \omega . dt = \int (t^2 - 4t + 10) dt \\ \omega &= t^2 - 4t + c & \theta &= \frac{1}{3} t^3 - 2t^2 + 10t + c \\ t = 0 \rightarrow \omega = 10 \rightarrow c = 10 & & t = 0 \rightarrow \theta = 0 \rightarrow c = 0 \\ \omega_t &= t^2 - 4t + 10 & \theta &= \frac{1}{3} t^3 - 2t^2 + 10t + 10 \\ \theta &= \frac{s}{R} \quad S = 60 \cdot 10 & \theta &= \frac{1}{6} \cdot 6^3 - 2 \cdot 6^2 + 10 \cdot 6 = 60 \text{ rad} \\ &= 600 \text{ METER} & & \end{aligned}$$



## CONTOH SOAL 3

Dua buah benda melakukan gerak melingkar dari titik yang sama, dalam waktu yang sama dan arah yang sama pula. Benda A berangkat dengan kelajuan sudut awal 2 rad/s dan perlajuan sudut  $\alpha = t + 1 \text{ rad/s}^2$  dan benda B dengan kelajuan sudut awal 3 rad/s dan perlajuan sudut  $\alpha = \frac{2}{3} \text{ rad/s}^2$ . Jika diameter lingkaran yang dilalui 60 m, setelah menempuh berapa meter keduanya bertemu lagi untuk pertama kalinya.

# JAWABAN CONTOH SOAL 3

SA

$$\omega_A = \int \alpha_A dt \rightarrow \omega_A = \int (t+1) dt \rightarrow \omega_A = \frac{1}{2}t^2 + t + c \quad t=0 \rightarrow \omega_{0A} = 2 \rightarrow c = 2 \rightarrow \omega_A = \frac{1}{2}t^2 + t + 2$$

$$\theta_A = \int \omega_A dt \rightarrow \theta_A = \int (\frac{1}{2}t^2 + t + 2) dt \rightarrow \theta_A = \frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 2t + c$$

$$t=0 \rightarrow \theta_A = 0 \rightarrow c = 0 \rightarrow \theta_A = \frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 2t$$

$$\omega_B = \int \alpha_B dt \rightarrow \omega_B = \int \frac{2}{3} dt \rightarrow \omega_B = \frac{2}{3}t + c \quad t=0 \rightarrow \omega_{0B} = 3 \rightarrow c = 3 \rightarrow \omega_B = \frac{2}{3}t + 3$$

$$\theta_B = \int \omega_B dt \rightarrow \theta_B = \int (\frac{2}{3}t + 3) dt \rightarrow \theta_B = \frac{1}{3}t^2 + 3t + c$$

$$t=0 \rightarrow \theta_B = 0 \rightarrow c = 0 \rightarrow \theta_B = \frac{1}{3}t^2 + 3t \quad s = \theta \cdot R$$

$$\theta_A = \theta_B \rightarrow \frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 2t = \frac{1}{3}t^2 + 3t \rightarrow \frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{6}t^2 - t = 0 \quad s = \frac{22}{3} \cdot 30$$

$$\frac{1}{6}t(t+3)(t-2) = 0 \rightarrow t = 2 \quad \text{detik} \rightarrow \theta = \frac{1}{3} \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 = 7 \frac{1}{3} \text{ rad} \quad s = 220 \text{ meter}$$

# PROFICIAT

SA

**KAMU TELAH MENYELESAIKAN PELAJARAN INI  
YAITU TENTANG KINEMATIKA GERAK DAN PERLU  
KAMU MENERJAKAN SOAL-SOAL LATIHAN URAIAN  
DAN KAMU AKHIRI  
DENGAN MENERJAKAN TEST PENGUSAAN  
KINEMATIKA GERAK .**

