

## KESEIMBANGAN BENDA TEGAR

### Pendahuluan.

Dalam cabang ilmu fisika kita mengenal MEKANIKA.

Mekanika ini dibagi dalam 3 cabang ilmu yaitu :

a. KINEMATIKA = Ilmu gerak

Ilmu yang mempelajari gerak tanpa mengindahkan penyebabnya.

b. DINAMIKA = Ilmu gaya

Ilmu yang mempelajari gerak dan gaya-gaya penyebabnya.

c. STATIKA = Ilmu keseimbangan

Ilmu yang mempelajari tentang keseimbangan benda.

Untuk cabang kinematika dan dinamika sudah dipelajari dikelas satu dan dua. Pada bab ini kita akan membahas mengenai STATIKA. dan benda-benda yang ditinjau pada bab ini dianggap sebagai benda tegar.

### Definisi-definisi yang harus dipahami pada statika.

a. Keseimbangan / benda seimbang artinya :

Benda dalam keadaan diam atau pusat massanya bergerak dengan kecepatan tetap.

b. Benda tegar : adalah suatu benda yang tidak berubah bentuk bila diberi gaya luar.

c. Partikel : adalah benda dengan ukuran yang dapat diabaikan, sehingga benda dapat digambarkan sebagai titik dan gerak yang dialami hanyalah gerak translasi.

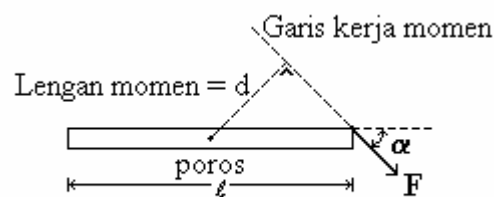
Momen gaya : adalah kemampuan suatu gaya untuk dapat menyebabkan gerakan rotasi. Besarnya MOMEN GAYA terhadap suatu titik sama dengan perkalian gaya dengan lengan momen.  $\lambda = d \cdot F$

$\lambda$  = momen gaya

d = lengan momen

F = gaya

Lengan momen : adalah panjang garis yang ditarik dari titik poros sampai memotong tegak lurus garis kerja gaya.



Gambar :1

$$\lambda = F \cdot d$$

$$= F \cdot l \cdot \sin \alpha$$

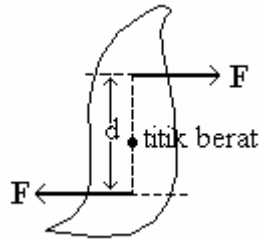
Perjanjian tanda untuk MOMEN GAYA.

\* Momen gaya yang searah jarum jam bertanda POSITIF.

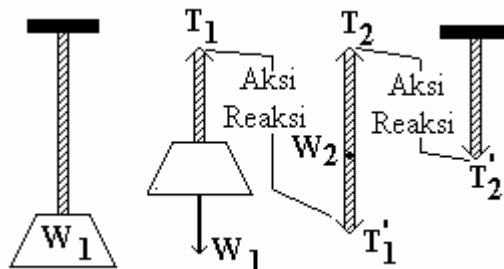
\* Momen gaya yang berlawanan arah jarum jam bertanda NEGATIF.

- g. Koppel : adalah dua gaya yang sama besar tetapi berlawanan arah dan memiliki garis-garis kerja yang berbeda.

Momen koppel terhadap semua titik sama besar, yaitu :  $F \cdot d$



- h. Pasangan gaya aksi - reaksi.



$W_1$  = Gaya berat balok

$W_2$  = Gaya berat tali

Balok digantung dalam keadaan diam pada tali vertikal.

gaya  $W_1$  dan  $T_1$  bukanlah pasangan aksi - reaksi, meskipun besarnya sama, berlawanan arah dan segaris kerja.

Sedangkan yang merupakan pasangan aksi - reaksi.

### **Macam - macam Keseimbangan.**

Ada 3 macam keseimbangan, yaitu :

- a. Keseimbangan translasi apabila benda tak mempunyai percepatan linier ( $a = 0$ )

$$\Sigma F = 0$$

dapat diurai ke sumbu x dan y

$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{dan} \quad \Sigma F_y = 0$$

$\Sigma F_x$  = Resultan gaya pada komponen sumbu x.

$\Sigma F_y$  = Resultan gaya pada komponen sumbu y.

Benda yang mempunyai persyaratan tersebut mungkin :

- Diam
- Bergerak lurus beraturan.

- b. Keseimbangan rotasi, apabila benda tidak memiliki percepatan anguler atau benda tidak berputar ( $\Sigma \lambda = 0$ )

$$\Sigma \lambda = 0$$

Benda yang mempunyai persyaratan tersebut mungkin :

- Diam
  - Bergerak melingkar beraturan.
- c. Keseimbangan translasi dan rotasi, apabila benda mempunyai kedua syarat keseimbangan yaitu :

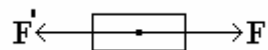
$$\Sigma F = 0$$

$$\Sigma \lambda = 0$$

Dari macam-macam keseimbangan yang telah kita ketahui tersebut maka dapat diperjelas dengan uraian berikut ini tentang :

### SYARAT-SYARAT SEBUAH BENDA DALAM KEADAAN SETIMBANG/DIAM.

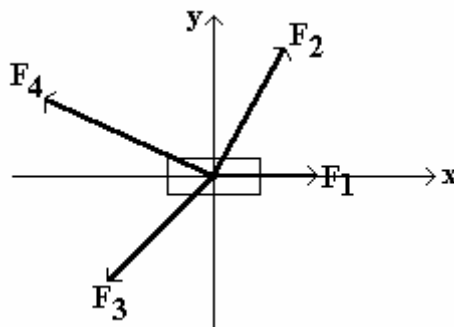
- a. Jika pada sebuah benda bekerja satu gaya F.



Syarat setimbang :

Pada garis kerja gaya F itu harus diberi gaya F' yang besarnya sama dengan gaya F itu tetapi arahnya berlawanan.

- b. Jika pada benda bekerja gaya-gaya yang terletak pada satu bidang datar dan garis kerjanya melalui satu titik.



Syarat setimbang :

1. Gaya resultannya harus sama dengan nol.
2. Kalau dengan pertolongan sumbu-sumbu x dan y, haruslah :

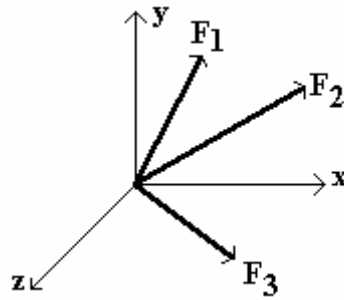
$$\Sigma F_x = 0 \quad ; \quad \Sigma F_y = 0$$

- c. Jika pada sebuah benda bekerja gaya-gaya yang tidak terletak pada satu bidang datar tetapi garis-garis kerjanya melalui satu titik.

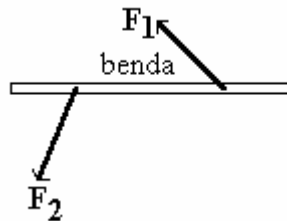
Syarat setimbang :

Dengan pertolongan sumbu-sumbu x, y dan z, haruslah :

$$\Sigma F_x = 0 \quad ; \quad \Sigma F_y = 0 \quad ; \quad \Sigma F_z = 0$$



- d. Jika pada sebuah benda bekerja gaya-gaya yang tidak terletak pada satu bidang datar tetapi garis-garis kerjanya tidak melalui satu titik.



Syarat setimbang :

Dengan pertolongan sumbu-sumbu x dan y, haruslah :

$$\Sigma F_x = 0 \quad ; \quad \Sigma F_y = 0 \quad ; \quad \Sigma \lambda = 0$$

Momen gaya-gaya boleh diambil terhadap sebarang titik pada bidang gaya-gaya itu. ( titik tersebut kita pilih sedemikian hingga memudahkan kita dalam menyelesaikan soal-soal )

\* Perpindahan sebuah gaya kesuatu titik yang lain akan menimbulkan suatu koppel.

### **Keseimbangan Stabil, Labil dan Indiferen ( Netral )**

Pada benda yang diam ( Statis ) kita mengenal 3 macam keseimbangan benda statis, yaitu :

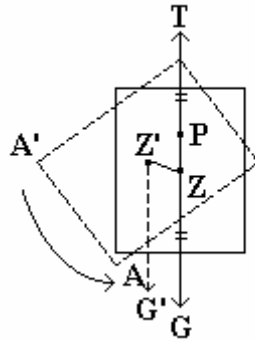
- a. Stabil ( mantap / tetap )
- b. Labil ( goyah / tidak tetap )
- c. Indiferen ( sebarang / netral )

Contoh-contoh :

1. Untuk benda yang digantung.

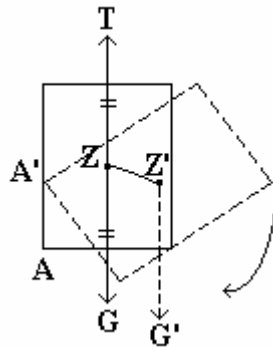
Keseimbangan stabil : apabila gaya yang diberikan padanya dihilangkan. Maka ia akan kedudukan semula.

Sebuah papan empat persegi panjang digantungkan pada sebuah sumbu mendatar di P ( sumbu tegak lurus papan ). Titik berat Z dari papan terletak vertikal di bawah titik gantung P, sehingga papan dalam keadaan ini setimbang stabil. Jika ujung A papan di putar sedikit sehingga titik beratnya semula ( Z ), maka kalau papan dilepaskan ia akan berputar kembali kekeseimbangannya semula.



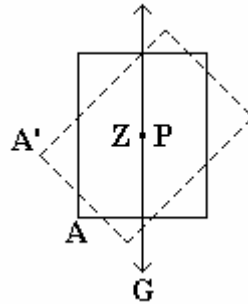
Hal ini disebabkan karena adanya suatu koppel dengan gaya berat  $G$  dan gaya tegangan tali  $T$  yang berputar kekanan. ( $G = N$ ), sehingga papan tersebut kembali kekesesimbangannya semula yaitu seimbang stabil.

Keseimbangan labil : Apabila gaya yang diberikan padanya dihilangkan, maka ia tidak akan dapat kembali ke kedudukan semula.



Kalau titik gantung  $P$  tadi sekarang berada vertikal di bawah titik berat  $Z$  maka papan dalam keadaan seimbang labil. Kalau ujung  $A$  papan diputar sedikit naik ke kiri sehingga titik beratnya sekarang ( $Z'$ ) di bawah titik beratnya semula ( $Z$ ), maka kalau papan dilepaskan ia akan berputar turun ke bawah, sehingga akhirnya titik beratnya akan berada vertikal di bawah titik gantung  $P$ . Hal ini disebabkan karena adanya suatu koppel dengan gaya berat  $G$  dan gaya tekanan (tegangannya tali)  $T$  yang berputar ke kiri ( $G = T$ ), sehingga papan turun ke bawah dan tidak kembali lagi kekesesimbangannya semula.

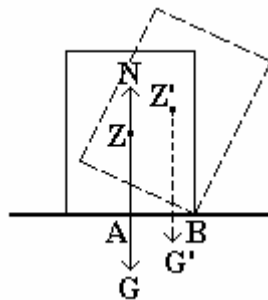
Keseimbangan indiferen : Apabila gaya yang diberikan padanya dihilangkan, maka ia akan berada dalam keadaan keseimbangan, tetapi di tempat yang berlainan.



Kalau titik gantung P tadi sekarang berimpit dengan titik berat Z, maka papan dalam keadaan ini setimbang indifferen. Kalau ujung A papan di putar naik, maka gaya berat G dan gaya tekanan T akan tetap pada satu garis lurus seperti semula ( tidak terjadi koppel ) sehingga papan di putar bagaimanapun juga ia akan tetap seimbang pada kedudukannya yang baru.

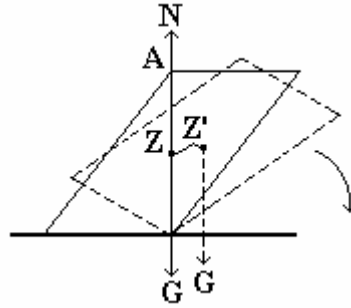
2. Untuk benda yang berada di atas bidang datar.

Keseimbangan stabil :



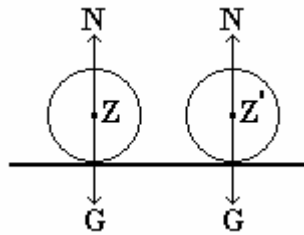
Sebuah paralel epipedum siku-siku ( balok ) diletakkan di atas bidang datar, maka ia dalam keadaan ini seimbang stabil, gaya berat G dan gaya tekanan N yang masing-masing bertitik tangkap di Z ( titik berat balok ) dan di A terletak pada satu garis lurus. Kalau balok tersebut diputar naik sedikit dengan rusuk B sebagai sumbu perputarannya, maka gaya tekanan N akan pindah ke B, dan dalam keadaan ini akan pindah ke B, dan dalam keadaan ini akan timbul suatu koppel dengan gaya-gaya G dan N yang berputar ke kanan (  $G = N$  ) sehingga balok tersebut kembali keseimbangannya semula yaitu seimbang stabil.

Keseimbangan labil : Sebuah paralel epipedum miring ( balok miring ) yang bidang diagonalnya AB tegak lurus pada bidang alasnya diletakkan diatas bidang datar, maka ia dalam keadaan ini setimbang labil, gaya berat G dan gaya tekanan N yang masing-masing melalui rusuk B dari balok tersebut terletak pada satu garis lurus.



Titik tangkap gaya tekanan N ada pada rusuk N. Kalau balok tersebut diputar naik sedikit dengan rusuk B sebagai sumbu putarnya, maka gaya tekanan N yang berputar ke kiri ( $G = N$ ), sehingga balok tersebut akan turun kebawah dan tidak kembali lagi kekesesimbangannya semula.

Keseimbangan indifferen : Sebuah bola diletakkan diatas bidang datar ia dalam keadaan ini seimbang indifferen.

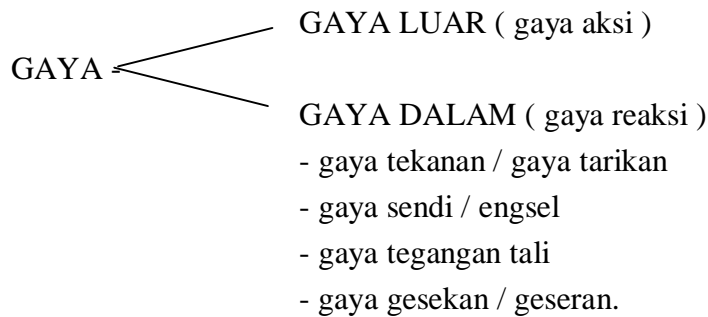


Kalau bola dipindah / diputar, maka gaya berat G dan gaya tekanan N akan tetap pada satu garis lurus seperti semula ( tidak terjadi koppel ), sehingga bola berpindah / berputar bagaimanapun juga ia akan tetap seimbang pada kedudukan yang baru.

## Kesimpulan.

Dari contoh-contoh di atas dapat disimpulkan :

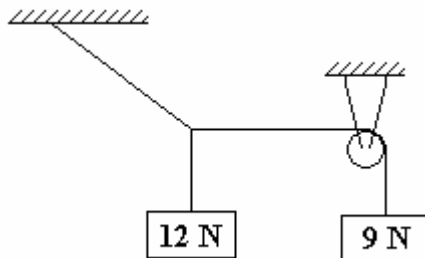
- Kalau sebuah benda yang dalam keadaan seimbang stabil diadakan perubahan kecil, maka titik berat benda tersebut akan naik. ( sehingga timbul koppel )
- Kalau pada sebuah benda yang dalam keadaan seimbang labil diadakan perubahan kecil, maka titik berat benda tersebut akan turun. ( sehingga timbul koppel )
- Kalau pada sebuah benda yang dalam keadaan setimbang indifferen diadakan perubahan kecil, maka titik berat benda tersebut akan tetap sama tingginya seperti semula. (sehingga tidak timbul koppel).

**Jenis gaya-gaya yang menyebabkan sebuah benda/benda seimbang.**

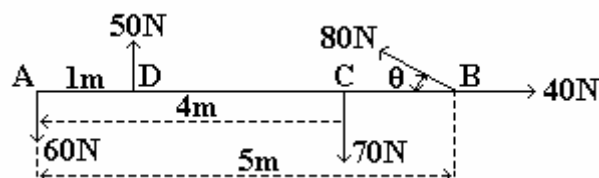
Gaya- gaya tersebut akan di bahas masing-masing dalam contoh-contoh latihan soal.

**CONTOH SOAL.**

1. Hitunglah Gaya T pada susunan kesetimbangan ini.

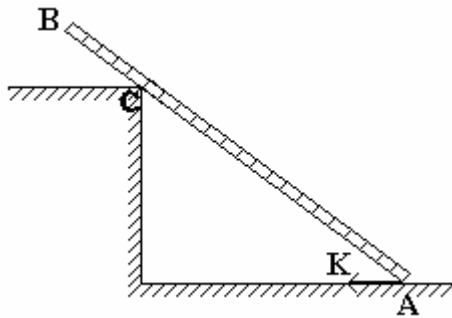


2. Batang AB yang panjangnya 5 meter dan beratnya boleh diabaikan, padanya bekerja 5 buah gaya seperti tampak pada gambar di bawah ini. Jika  $\text{tg } \theta = 3/4$ .  
Tentukan besar dan letak dari gaya resultannya.

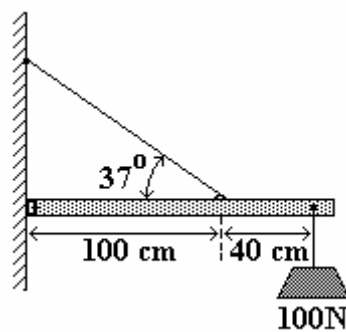


3. Suatu batang AB yang homogen, massanya 30 kg, panjangnya 6 meter, bersandar di atas tembok yang tingginya 3 meter ujung A dari batang menumpu pada lantai dan berjarak 4 meter dari tembok. Berapa besarnya gaya K mendatar yang harus diberikan pada batang di A supaya batang tetap seimbang ? dan Hitung juga gaya-gaya tekanan pada A dan C.

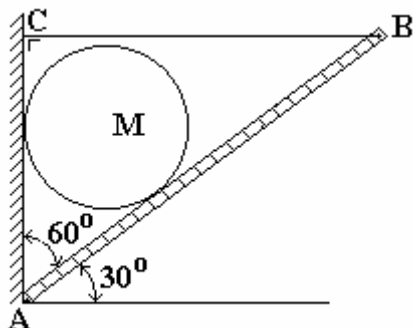




4. Sebuah batang dengan berat 50 N seperti tampak pada gambar di bawah ini. Berapa besar tegangan dalam kabel pendukungnya dan berapa komponen dari gaya yang dikerjakan oleh engsel pada batang.

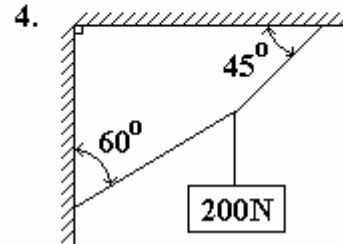
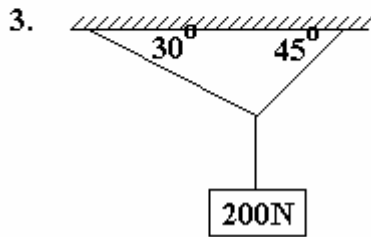
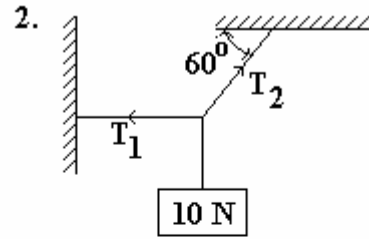
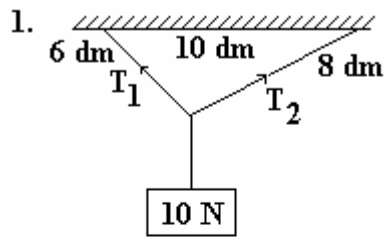


5. Sebuah bidang miring AB ( panjangnya 40 meter ) bersendi pada kakinya yaitu titik A. Puncak B bidang condong dihubungkan oleh tali BC dengan tembok vertikal yang melalui A. Bidang miring ini bersudut  $30^\circ$  dengan horisontal dan tali BC arahnya mendatar. Pada bidang miring dan tembok vertikal bersandar sebuah bola jari-jarinya 5 meter dan massanya 10 kg. berat bidang miring diabaikan. Tentukanlah :
- Gaya-gaya tekanan oleh bidang miring dan tembok pada bola
  - Gaya tegangan dalam tali
  - Gaya sendi.

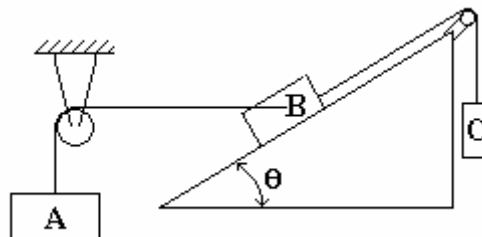


## TUGAS

Hitunglah  $T_1$  dan  $T_2$  dari susunan kesetimbangan di bawah ini.



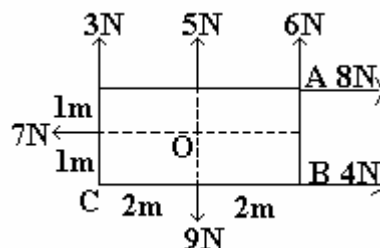
5. Seandainya benda-benda yang massanya  $m_A = 20$  kg dan  $m_B = 50$  kg disusun sedemikian hingga terjadi kesetimbangan, dengan  $\text{tg } \theta = 3/4$   
 Hitunglah  $m_C$  jika lantai pada bidang miring licin sempurna.  
 Hitunglah 2 kemungkinan jawab untuk  $m_C$  jika bidang miring kasar dengan koefisien gesekan statis 0,3



6. Gaya 8 N, 6 N, 5 N, 3 N, 7 N, 9 N dan 4 N bekerja terhadap persegi panjang yang sisi-sisinya berukuran : 4 m x 2 m seperti terlihat pada gambar.

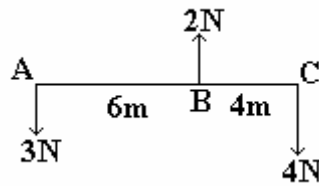
Tentukan jumlah aljabar momen gaya dengan pusat :

- a. Titik A      b. Titik B      c. Titik C      d. Titik O



7. Pada sebuah batang horisontal AC yang panjangnya 10 m bekerja tiga buah gaya 3 N, 2 N dan 4 N seperti terlihat pada gambar ! Tentukan :

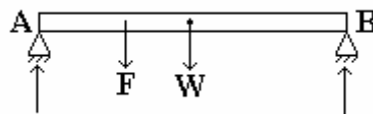
- a. Resultan dari gaya-gaya tersebut.
- b. Momen gaya yang bekerja pada sumbu-sumbu yang melalui A, B dan C
- c. Letak titik tangkap gaya Resultannya.



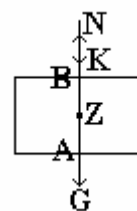
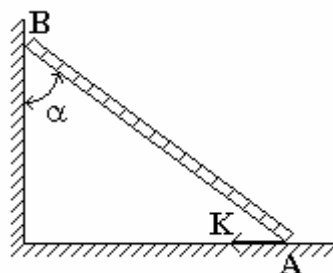
8. Batang AB yang mempunyai panjang 6 m mendapat gaya pada ujung-ujungnya seperti tampak pada gambar. Tentukan besar dan letak gaya resultannya.



9. Sebuah batang homogen AB panjangnya 6m dan massanya 40 kg ditahan pada kedua ujungnya. Dimana kita harus menempatkan beban 2000 N pada batang itu agar tekanan-tekanan di A dan B berbanding sebagai 2 : 1 . Berat batang dianggap bertitik tangkap di tengah-tengah batang.

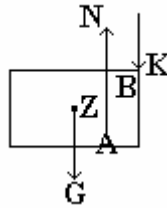


10. Suatu batang AB yang homogen, massanya 30 kg, panjangnya 5 meter, menumpu pada lantai di A dan pada tembok vertikal di B. Jarak dari B ke lantai 3 meter; batang AB menyilang tegak lurus garis potong antara lantai dan tembok vertikal. Berapa besarnya gaya K mendatar yang harus di berikan pada batang di A supaya batang tetap seimbang ? dan Hitung juga tekanan pada A dan B.

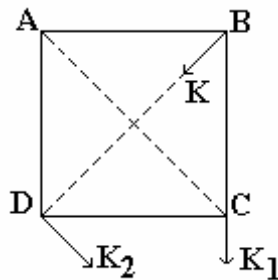


Gambar no. 11

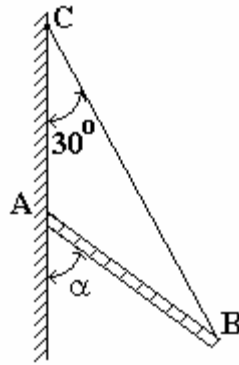
11. Pada sebuah balok kayu yang massanya 10 kg dikerjakan gaya  $K = 50 \text{ N}$  yang mengarah kebawah dan garis kerjanya berimpit dengan garis kerja gaya berat balok itu. Tentukan letak dan besar gaya tekanan  $N$  ( gaya reaksi ) yang dilakukan bidang terhadap balok itu.
12. Pada sebuah balok kayu, massanya 20 kg, panjangnya 30 cm dikerjakan gaya  $K = 100 \text{ N}$  ( lihat gambar ). Tentukan letak dan besar gaya tekanan  $N$  ( gaya reaksi ) yang dilakukan bidang terhadap balok itu.



13. Sebuah papan berbentuk empat persegi panjang ABCD ( beratnya diabaikan ) dapat berputar pada bidangnya disekeliling titik A sebagai sendi,  $AB = 4 \text{ meter}$  ;  $AD = 3 \text{ meter}$ . Persegi panjang itu setimbang karena gaya-gaya yang bekerja pada bidang persegi panjang itu ialah :  $K_1 = 30 \text{ N}$  pada titik C dengan arah BC;  $K_2 = 150 \text{ N}$  pada titik D dengan arah sejajar AC ;  $K$  pada titik B dengan arah BD. Hitunglah : a. Besar gaya  $K$  itu                      b. Besar dan arah gaya sendi.



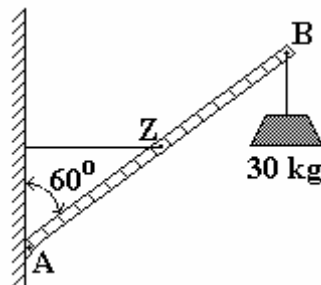
14. Sebuah batang AB massanya 10 kg, panjangnya 6 meter. Ujung B diikat dengan tali dan ujung tali yang lain diikat di C pada sebuah tembok vertikal. Ujung A dari batang bertumpu pada tembok itu juga. Dalam sikap seimbang ini tali membuat sudut  $30^\circ$  dengan tembok. Tentukan : a. Gaya tegangan tali.  
b. Tekanan tembok di A  
c. Sudut yang dibuat batang dengan tembok.



15. Sebuah batang lurus homogen AB ( massanya 10 kg ) di A dihubungkan pada tembok vertikal oleh sebuah sendi, sehingga batang AB dapat berputar pada bidang yang tegak lurus pada tembok. Tengah-tengah batang AB dihubungkan dengan tali pada tembok sedemikian sehingga tali tersebut tegak lurus pada tembok dan kencang. Batang tersebut membentuk sudut  $60^{\circ}$  dengan tembok ke atas. Pada ujung B dari batang digantungkan benda massanya 30 kg.

Tentukan :

- Diagram gaya-gaya
- Gaya tegangan dalam tali
- Besar dan arah gaya sendi.



-----o0o-----

Jawaban :

1.  $T_1 = 8N$

$T_2 = 6N$

2.  $T_1 = \frac{10}{3}\sqrt{3}N$

$$T_2 = \frac{20}{3}\sqrt{3}N$$

$$3. T_1 = \frac{400}{1+\sqrt{3}}N = 200(\sqrt{3}-1)N$$

$$T_2 = \frac{200\sqrt{6}}{1+\sqrt{3}}N = 100\sqrt{6}(\sqrt{3}-1)N$$

$$4. T_1 = \frac{400}{\sqrt{3}-1}N = 200(\sqrt{3}+1)N$$

$$T_2 = \frac{200\sqrt{6}}{\sqrt{3}-1}N = 100\sqrt{2}(3+\sqrt{3})N$$

5.  $m_c = 46$  kg ( licin sempurna )

$m_c = 56,4$  kg ( kemungkinan I kasar )

$m_c = 37,6$  kg ( kemungkinan II kasar )

6. a) di titik A = 3 N

b) di titik B = 13 N

c) di titik C = -7 N

d) di titik D = -2 N

7. a) Resultan = 2 - 3 - 4 = -5 N

b) Mel A, momen gaya = 28 N

Mel B, momen gaya = -2 N

Mel C, momen gaya = -22 N

8. Gaya ultanya =  $\sqrt{52}N = 2\sqrt{13}N$

Letak x = 4 m dari B

9. Beban harus diletakkan 1,8 m dari A

10. K = 200 N

$N_A = 300$  N

$N_B = 200$  N

11. N = 150 N, letaknya di titik berat balok tersebut.

12. N = 300 N, letaknya 10 cm dari K

13. a) K = 100 N

b) Fe =  $20\sqrt{85}N$ ,  $\theta = 77^\circ 28'$

14. a) T =  $\frac{200}{3}\sqrt{3}N$

$$b) N_A = \frac{100}{3} \sqrt{3} N$$

$$c) \operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3} \sqrt{3}$$

$$\alpha = 49^\circ$$

15. a) Gambar gaya

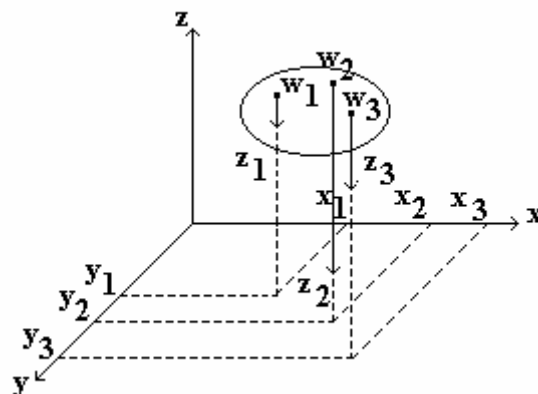
$$b) T = 700 \sqrt{3} N$$

$$c) F_e = 100 \sqrt{163} N$$

$$\theta = 18,26^\circ$$

### TITIK BERAT BENDA.

Sebuah benda sebenarnya terdiri atas bagian-bagian yang sangat kecil (molekul-molekul) yang masing-masing mempunyai berat.



Misalkan sebuah benda terdiri atas  $n$  buah molekul-molekul, maka gaya berat masing-masing molekul benda itu ialah :  $w_1, w_2, \dots, w_n$  yang koordinat masing-masing titik-titik tangkap gaya-gaya beratnya molekul-molekul itu terhadap sumbu  $x, y$  dan  $z$  adalah :  $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_n, y_n, z_n)$ . Karena arah gaya-gaya berat molekul-molekul itu semuanya vertikal kebawah (menuju pusat bumi), maka gaya-gaya berat molekul-molekul boleh dianggap sejajar sesamanya dan titik tangkap resultan gaya-gaya tersebut disebut **Titik Berat**.

Kita tinjau dua buah gaya yang sejajar  $F_1$  dan  $F_2$  bekerja pada sebuah batang, maka gaya tunggal yang memiliki efek yang sama pada translasi dari pusat massa benda adalah Resultan gaya  $F_R = F_1 + F_2$ . Jika  $x_1$  dan  $x_2$  masing-masing lengan momen

gaya-gaya  $F_1$  dan  $F_2$ , maka kita ambil  $x_0$  merupakan lengan momen gaya  $F_R$ . Jika momen gaya  $F_R$  sama dengan jumlah dari momen gaya  $F_1$  dan  $F_2$  dapat ditulis :

$$F_R \cdot x_0 = F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2$$

$$x_0 = \frac{F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2}{F_1 + F_2}$$

dimana  $x_0$  adalah titik kerja dari gaya  $F_R$ .

Dengan cara yang sama, maka berlaku pula pada sebuah benda

Pada sumbu x 
$$x_0 = \frac{\sum w \cdot x}{w}$$

Pada sumbu y 
$$y_0 = \frac{\sum w \cdot y}{w}$$

Pada sumbu z 
$$z_0 = \frac{\sum w \cdot z}{w}$$

Jika  $w = G$  ( berat benda ) maka koordinat titik berat sebuah benda terhadap sumbu x, y dan z adalah :

$$x_0 = \frac{\sum w \cdot x}{G} \quad y_0 = \frac{\sum w \cdot y}{G} \quad z_0 = \frac{\sum w \cdot z}{G}$$

Rumus ini berlaku untuk benda-benda yang berat jenisnya heterogen ( tidak serba sama ) maupun yang homogen ( serba sama ) karena  $w = m \cdot g$  maka rumus diatas dapat diganti menjadi :

$$x_0 = \frac{\sum m \cdot x}{M} \quad y_0 = \frac{\sum m \cdot y}{M} \quad z_0 = \frac{\sum m \cdot z}{M}$$

Rumus ini digunakan mencari pusat massa benda.

Keterangan :

$\sum w \cdot x$  = jumlah aljabar dari momen-momen gaya-gaya berat molekul sebuah benda terhadap bidang YOZ

$\sum w \cdot y$  = jumlah aljabar dari momen-momen gaya-gaya berat molekul sebuah benda terhadap bidang XOZ

$\sum w \cdot z$  = jumlah aljabar dari momen-momen gaya-gaya berat molekul sebuah benda terhadap bidang XOY

$G$  = berat benda.

$\sum m \cdot x$  = jumlah aljabar dari momen-momen massa-massa molekul sebuah benda terhadap bidang YOZ.

$\sum m \cdot y$  = jumlah aljabar dari momen-momen massa-massa molekul sebuah benda terhadap bidang XOZ.

$\sum m \cdot z$  = jumlah aljabar dari momen-momen massa-massa molekul sebuah benda terhadap bidang XOY.

$M$  = massa benda.



Titik berat untuk benda yang homogen ( massa jenis tiap-tiap bagian benda sama ).

Pada pembicaraan ini dibatasi pada sumbu x dan sumbu y saja.

a. Untuk benda linier ( berbentuk garis )

$$x_0 = \frac{\sum l_n \cdot x_n}{l} \quad y_0 = \frac{\sum l_n \cdot y_n}{l}$$

b. Untuk benda luasan ( benda dua dimensi ), maka :

$$x_0 = \frac{\sum A_n \cdot x_n}{A} \quad y_0 = \frac{\sum A_n \cdot y_n}{A}$$

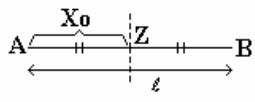
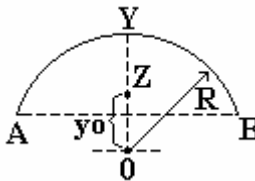
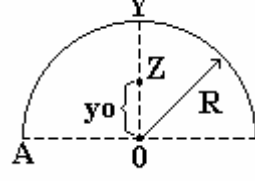
c. Untuk benda ruang ( berdimensi tiga )

$$x_0 = \frac{\sum V_n \cdot x_n}{V} \quad y_0 = \frac{\sum V_n \cdot y_n}{V}$$

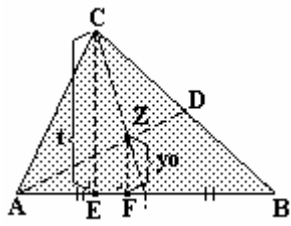
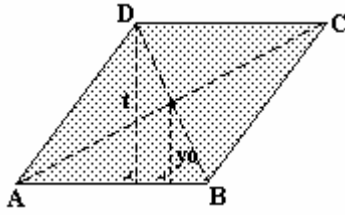
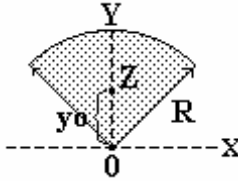
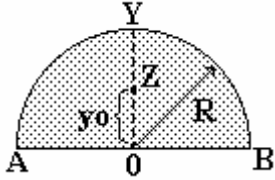
Sifat - sifat :

1. Jika benda homogen mempunyai sumbu simetri atau bidang simetri, maka titik beratnya terletak pada sumbu simetri atau bidang simetri tersebut.
2. Letak titik berat benda padat bersifat tetap, tidak tergantung pada posisi benda.
3. Kalau suatu benda homogen mempunyai dua bidang simetri ( bidang sumbu ) maka titik beratnya terletak pada garis potong kedua bidang tersebut.
4. Kalau suatu benda mempunyai tiga buah bidang simetri yang tidak melalui satu garis, maka titik beratnya terletak pada titik potong ketiga simetri tersebut.

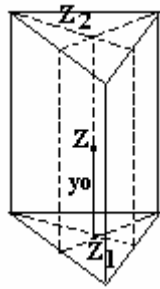
Tabel titik berat teratur linier

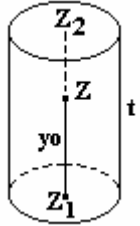
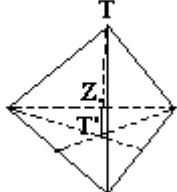
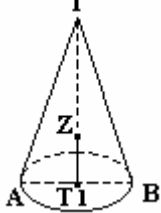
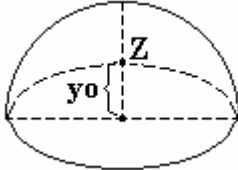
| Nama benda                  | Gambar benda  | letak titik berat  | keterangan             |
|-----------------------------|---|--|------------------------|
| 1. Garis lurus              |  | $x_0 = \frac{1}{2} l$  | z = titik tengah garis |
| 2. Busur lingkaran          |  | $y_0 = R \times \frac{\text{tali busur } AB}{\text{busur } AB}$<br>R = jari-jari lingkaran |                        |
| 3. Busur setengah lingkaran |  | $y_0 = \frac{2R}{\pi}$   |                        |

Tabel titik berat benda teratur berbentuk luas bidang homogen

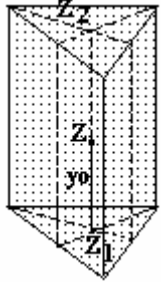
| Nama benda   | Gambar benda  | Letak titik berat  | Keterangan  |
|--|---|--|---|
| 1. Bidang segitiga   |    | $y_0 = \frac{1}{3} t$  | t = tinggi<br>z = perpotongan garis-garis berat AD & CF |
| 2. Jajaran genjang, Belah ketupat, Bujur sangkar Persegi panjang |    | $y_0 = \frac{1}{2} t$  | t = tinggi<br>z = perpotongan diagonal AC dan BD        |
| 3. Bidang juring lingkaran                                       |   | $y_0 = \frac{2}{3} R \times \frac{\text{tali busur } AB}{\text{busur } AB}$<br>R = jari-jari lingkaran |   |
| 4. Bidang setengah lingkaran                                     |  | $y_0 = \frac{4R}{3\pi}$<br>R = jari-jari lingkaran   |   |

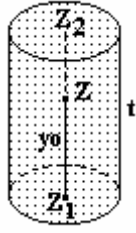
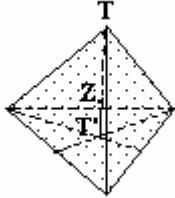
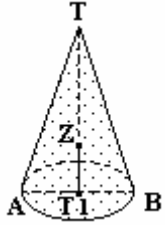
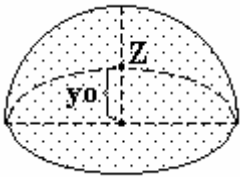
Tabel titik berat benda teratur berbentuk bidang ruang homogen

| Nama benda             | Gambar benda  | Letak titik berat  | Keterangan  |
|------------------------|---|--|---|
| 1. Bidang kulit prisma |  | z pada titik tengah garis $z_1 z_2$<br>$y_0 = \frac{1}{2} l$ | $z_1$ = titik berat bidang alas<br>$z_2$ = titik berat bidang atas<br>l = panjang sisi tegak. |

|  |   |                                       |   |
|--|---|---------------------------------------|---|
| <p>2. Bidang kulit silinder.<br/>( tanpa tutup )</p> |    | $y_0 = \frac{1}{2} t$ $A = 2 \pi R.t$ | <p>t = tinggi silinder<br/>R = jari-jari lingkaran alas<br/>A = luas kulit silinder</p> |
| <p>3. Bidang Kulit limas</p>                         |    | $T'z = \frac{1}{3} T' T$              | <p>T'T = garis tinggi ruang</p>   |
| <p>4. Bidang kulit kerucut</p>                       |    | $zT' = \frac{1}{3} T T'$              | <p>T T' = tinggi kerucut<br/>T' = pusat lingkaran alas</p>                              |
| <p>5. Bidang kulit setengah bola.</p>                |  | $y_0 = \frac{1}{2} R$                 | <p>R = jari-jari</p>  |

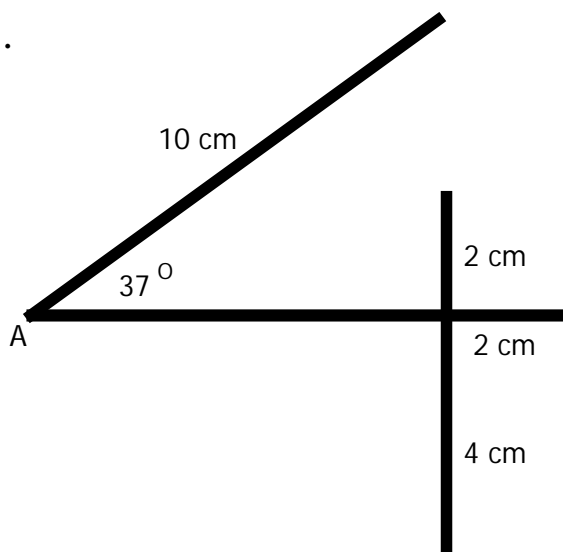
Tabel titik berat benda teratur berbentuk ruang, pejal homogen

| Nama benda                  | Gambar benda  | Letak titik berat  | Keterangan  |
|-----------------------------|---|--|---|
| <p>1. Prisma beraturan.</p> |  | <p>z pada titik tengah garis z<sub>1</sub>z<sub>2</sub></p> $y_0 = \frac{1}{2} l$ <p>V = luas alas kali tinggi</p> | <p>z<sub>1</sub> = titik berat bidang alas<br/>z<sub>2</sub> = titik berat bidang atas<br/>l = panjang sisi tegak<br/>V = volume prisma</p> |

|                          |   |  |   |
|--------------------------|---|--|---|
| 2. Silinder Pejal        |    | $y_0 = \frac{1}{2} t$ $V = \pi R^2 t$  | $t =$ tinggi silinder<br>$R =$ jari-jari lingkaran alas |
| 3. Limas pejal beraturan |    | $y_0 = \frac{1}{4} T T'$ $= \frac{1}{4} t$ $V = \frac{\text{luas alas} \times \text{tinggi}}{3}$ | $T T' = t =$ tinggi limas beraturan                     |
| 4. Kerucut pejal         |    | $y_0 = \frac{1}{4} t$ $V = \frac{1}{3} \pi R^2 t$  | $t =$ tinggi kerucut<br>$R =$ jari-jari lingkaran alas  |
| 5. Setengah bola pejal   |  | $y_0 = \frac{3}{8} R$  | $R =$ jari-jari bola.                                   |

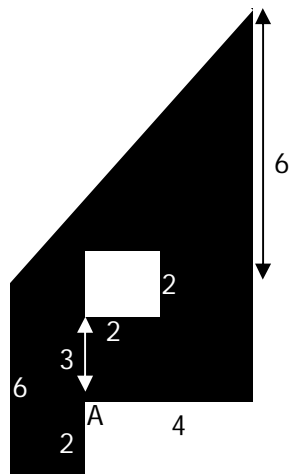
### CONTOH SOAL

1.



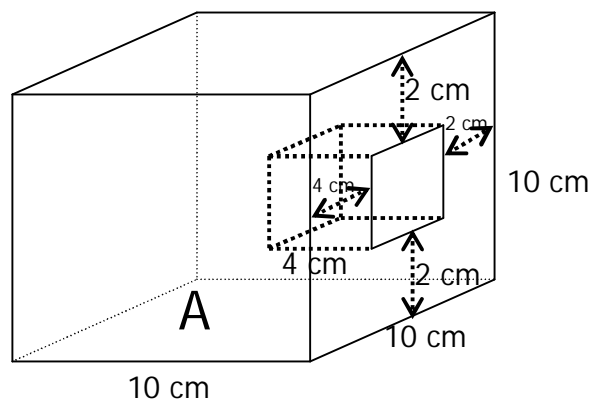
HITUNGLAH TITIK BERAT KAWAT (SUSUNAN BENDA 1 DIMENSI) DENGAN

2.



Hitung titik berat susunan Bidang 2 dimensi dengan Pusat koordinat A.

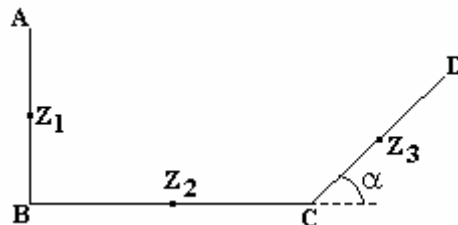
3.



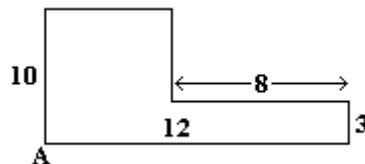
Kubus besar dengan massa jenis  $6 \text{ gram/cm}^3$  dimasuki kubus kecil dengan massa jenis  $10 \text{ Gram/cm}^3$  seperti Pada gambar. Hitung koordinat titik berat dari A.

## TUGAS

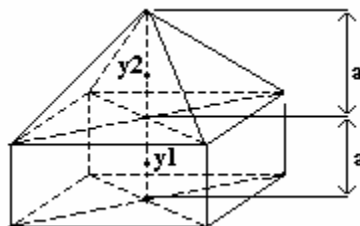
- Seutas kawat dilipat hingga berbentuk bangun kawat seperti tampak pada gambar terletak pada bidang dua dimensi. Tentukan dimana letak titik beratnya, jika  $AB=3$   $BC=4$  dan  $CD=5$ , sedangkan  $\text{tg } \alpha = 3/4$



- Empat buah massa diletakkan pada suatu sistem koordinat Cartesian sebagai berikut : massa 2 kg di  $(0,0)$ , massa 3 kg di  $(0,2)$ ; massa 4 kg di  $(2,2)$  dan massa 5 kg di  $(4,0)$  dengan semua jarak diukur dalam meter. Tentukan letak titik berat dari keempat benda tersebut.
- Tentukan titik berat bangun di bawah ini, dihitung terhadap titik sudut A.



- Suatu benda berbentuk bidang tertutup homogen yang masing-masing terdiri atas : bidang selimut kerucut tingginya 9 cm bidang silinder tingginya 12 cm dan bidang setengah bola jari-jari silinder, setengah bola dan alas kerucut sama yaitu 6 cm. Jika sumbu ketiga bidang tersebut berimpit dimana titik beratnya ?
- Titik berat susunan benda homogen yang terdiri dari kubus dan piramida pejal seperti pada gambar di bawah ini ialah.....



Jawaban :

$$1. z = \left( \frac{19}{6}; 1 \right)$$

$$4. z = (0; 11,7; 0)$$

$$2. z = (2,1)$$

$$5. z = \left( 0; \frac{33}{48}a; 0 \right)$$

$$3. z = \left( 4,25; \frac{59}{16} \right)$$

